

Zeitaufgelöste Spektroskopie  
des multiperiodisch  
pulsierenden Sterns  
PG1605+072

Diplomarbeit  
vorgelegt von

Alfred Tillich



Dr.Karl Remeis Sternwarte Bamberg  
Astronomisches Institut der  
Universität Erlangen-Nürnberg

2006



# Zusammenfassung

Diese Diplomarbeit befasst sich mit der zeitaufgelösten Spektroskopie des multiperiodisch pulsierenden unterleuchtkräftigen B-Sterns PG1605+072. Um eine asteroseismologische Analyse durchzuführen benutzten wir über 150 Stunden zeitaufgelöste Spektroskopiedaten aus der 2m-MSST-Kampagne die im Mai/Juni 2002 stattfand. In einem ersten Schritt, wurden die Frequenzen in der Radialgeschwindigkeit der Moden bereits bestimmt. Daher untersuchten wir die winzigen Linienprofilvariationen mit Hilfe einer „phase binning“ Methode. Es wurden Variationen in der effektiven Temperatur und Gravitation für die vier Moden festgestellt, die in der Radialgeschwindigkeitsanalyse am stärksten erschienen. Mit Hilfe der *FITPROF* Routine konnten die spektralen Variationen durch einen  $\chi^2$ -fit von Modellspektren an die beobachteten Spektren in Änderungen von Effektivtemperatur und Gravitationsbeschleunigung umgesetzt werden.

Anschließend wurde damit begonnen, die observierten Variationen mittels der *BRUCE* und *KYLIE* Software von R.Townsend zu modellieren. Da es sich hier um eine Pilotstudie handelt wurden die zur Modellierung benötigten Parameter nicht variiert. Um zu realistischeren Amplituden zu gelangen, wurde zusätzlich ein wellenlängenabhängiges quadratisches Randverdunkelungsgesetz in die *KYLIE* Routine implantiert. Anschließend wurden die Modelle mit den observierten Amplituden verglichen, um Rückschlüsse auf die Quantenzahlen der Moden zu ziehen. Auf diese Weise war es möglich die Quantenzahlen der vier stärksten Pulsationen zu bestimmen.

In einem nächsten Schritt könnte durch eine Variation der Parameter der Modellierung eine noch bessere Übereinstimmung mit den Beobachtungen erzielt werden.

# Inhaltsverzeichnis

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Einleitung</b>  | <b>1</b>  |
| 1.1      | Das Leben massearmer Sterne . . . . .                                  | 4         |
| 1.2      | Die Sterne des erweiterten Horizontal-<br>astes . . . . .              | 9         |
| 1.3      | Übersicht über pulsierende Sterne . . . . .                            | 11        |
| 1.3.1    | Die radialen Pulsatoren . . . . .                                      | 11        |
| 1.3.2    | Die nichtradialen Pulsatoren . . . . .                                 | 14        |
| <b>2</b> | <b>Grundlagen der Asteroseismologie</b>                                | <b>17</b> |
| 2.1      | Radiale adiabatische Pulsationen . . . . .                             | 17        |
| 2.2      | Nichtradiale Pulsationen . . . . .                                     | 18        |
| 2.3      | Pulsationsmechanismen . . . . .  | 22        |
| 2.4      | Die Familie der Moden . . . . .  | 24        |
| 2.5      | Asteroseismologie der unterleuchtkräftigen B-Sterne . . . . .          | 27        |
| 2.6      | Modelle der Sternatmosphären . . . . .                                 | 30        |
| <b>3</b> | <b>Beobachtungen und Datenreduktion</b>                                | <b>35</b> |
| 3.1      | Der subdwarf B-Stern PG1605+072 . . . . .                              | 35        |
| 3.2      | Die MSST-Kampagne . . . . .  | 36        |
| 3.3      | Auswertung der Daten . . . . .   | 41        |
| 3.3.1    | Reduktion der Daten mit IRAF . . . . .                                 | 41        |
| 3.3.2    | Die „phasebin“-Routine . . . . .                                       | 42        |
| 3.3.3    | <i>FITPROF</i> . . . . .   | 44        |
| <b>4</b> | <b>Ergebnisse der MSST-Kampagne</b>                                    | <b>47</b> |
| 4.1      | Datensatz des „Steward Observatory“ . . . . .                          | 47        |
| 4.2      | Phasenverschiebung von Temperatur- und Radialgeschwindigkeit . . . . . | 51        |
| 4.3      | Zusammenfassende Analyse aller Daten . . . . .                         | 53        |
| 4.4      | Phasenprobleme mit Mode f3 . . . . .                                   | 57        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| <b>5</b> | <b>Modellierung</b>  | <b>59</b>  |
| 5.1      | <i>BRUCE</i> . . . . .   | 59         |
| 5.1.1    | Rotation . . . . .   | 60         |
| 5.1.2    | Gleichgewicht . . . . .  | 62         |
| 5.1.3    | Störungen des Gleichgewichts . . . . .   | 64         |
| 5.2      | <i>KYLIE</i> . . . . .   | 66         |
| 5.2.1    | Das synthetische Modellgitter . . . . .  | 66         |
| 5.2.2    | Der wellenlängenabhängige Randverdunkelungs<br>koeffizient . . . . .               | 68         |
| 5.2.3    | Die Arbeitsweise von <i>KYLIE</i> . . . . .  | 69         |
| 5.3      | Die Modellierung von PG1605+072 mittels <i>BRUCE</i> und <i>KYLIE</i>              | 71         |
| <b>6</b> | <b>Ergebnisse der Modellierung</b>   | <b>73</b>  |
| 6.1      | Test der Modellierung mit wellenlängen-<br>unabhängiger Randverdunkelung . . . . . | 73         |
| 6.2      | Die radiale Mode mit $l = 0$ . . . . .   | 76         |
| 6.3      | Die nichtradiale Moden mit $l = 1$ . . . . .                                       | 76         |
| 6.4      | Die nichtradiale Moden mit $l = 2$ . . . . .                                       | 80         |
| 6.5      | Die Moden mit $l = 3$ . . . . .  | 84         |
| <b>7</b> | <b>Vergleich und Interpretation</b>  | <b>85</b>  |
| 7.1      | Die dominante Pulsation f1 bei 481.74s . . . . .                                   | 85         |
| 7.2      | Die Pulsation f2 bei 475.61s . . . . .   | 87         |
| 7.3      | Die Pulsation f3 bei 475.76s . . . . .   | 88         |
| 7.4      | Die Pulsation f4 bei 364.56s . . . . .   | 89         |
| <b>8</b> | <b>Ausblick</b>  | <b>91</b>  |
| <b>A</b> | <b>Ergebnisse der Daten aller Observatorien</b>                                    | <b>93</b>  |
| <b>B</b> | <b>Syntax der Steuerdateien von <i>BRUCE</i> und <i>KYLIE</i></b>                  | <b>98</b>  |
| <b>C</b> | <b>Modellierte Spektren mit WULR</b>   | <b>102</b> |



Abbildung 1: Im Zentrum der Abbildung ist der multiperiodisch pulsierende Stern PG1605+072 zu sehen. (Quelle: <http://www.sdss.org>)

# Kapitel 1

## Einleitung

Im Altertum glaubte man daran, dass Sterne nur Nadelstiche am Firmament wären; unvergänglich und so alt wie die Welt selbst. Heute weiß man, dass ein Prozess der Sternentstehung aus riesigen Gaswolken abläuft. Neuere Beobachtungen zeigen, dass Sterne nicht einfach geboren werden, sondern es bevorzugte Sternentstehungsgebiete gibt, in denen die Sternentstehung quasi angeregt wird. Warum eine Gaswolke beginnt zu kontrahieren, ist heute immer noch weitgehend unverstanden. Eine mögliche Ursache könnten Dichtewellen in den Spiralarmen von Galaxien sein. Beim Durchlaufen der Gaswolken entsteht ein Impulsübertrag, der den gravitativen Kollaps in Gang setzt. Dieses Szenario ist jedoch nur dort realistisch wo Dichtewellen vorstellbar sind, also in besagten Spiralarmen. Andernorts könnten die Supernova Explosionen junger massereicher Sterne in der Umgebung verantwortlich sein. Diese fungieren dann sozusagen als Trigger für die Gaswolken und setzen eine Art Lawine der Sternentstehung in Gang. So wird deutlich wie eng die Entstehung und das Erlöschen von Sternen miteinander verknüpft sind. Während eine Gaswolke aufgrund ihrer Gravitation kontrahiert, wird die gewonnene Energie als Strahlung wieder abgegeben. Die Dauer der Kontraktion einer Gaswolke läuft auf der dynamischen Zeitskala ab. Das ist die Zeit, die ein Stern ohne rücktreibende Kräfte braucht, um gravitativ im freien Fall zu kollabieren.

Durch Störungen wie zum Beispiel die Anwesenheit von Kondensationskernen und deren Bahndrehimpuls, beginnt die Wolke anschließend zu fragmentieren, d.h. lokal erhöht sich die Dichte und damit die Opazität (Lichtundurchlässigkeit). Die Strahlung kann nicht mehr entweichen und die Temperatur der Wolke steigt. Häufig bewirkt der Drehimpuls eine Aufspaltung des Systems was zur Entstehung von lokalen Sternhaufen und Mehrfachsystemen führt. Deshalb vermutet man, dass unser Sonnensystem zwar momentan ein Einzelsystem ist, aber nicht als solches entstanden ist.

Unterdessen kontrahiert die Gaswolke weiter, wird immer dichter und die Opazität steigt. Man spricht von nun an von einem Protostern. Seine Temperatur steigt ebenfalls weiter an, was bei  $\sim 1800K$  zur Dissoziation des molekularen Wasserstoffs und bei  $\sim 10^4K$  zu seiner Ionisation führt. Wenn der gesamte Protostern aus Plasma besteht, und sich im thermischen Gleichgewicht befindet, betritt er schließlich die Bühne seines Lebens: das Hertzsprung-Russel Diagramm, welches auch als Zustandsdiagramm der Sterne bezeichnet wird. In dieser Phase ist der Stern vollkonvektiv und entwickelt sich, entsprechend seiner Masse, entlang der Hayashi Linie weiter in Richtung Hauptreihe, wie in Abbildung 1.1 dargestellt.

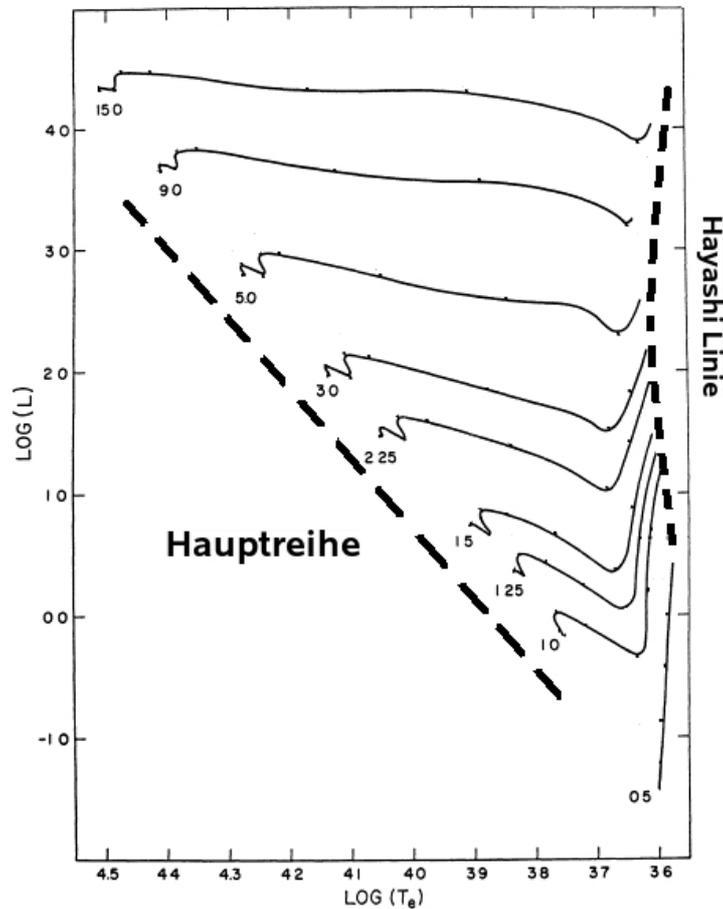


Abbildung 1.1: Die Abbildung zeigt die Entwicklung von Sternen verschiedener Massen zur Hauptreihe hin im HR Diagramm. (Modelle von Iben, I. (1965): Astrophys.J. 141,993)

Die Dauer der Entwicklung zur Hauptreihe entspricht in etwa der thermischen Zeitskala (für  $m = 1M_{\odot}$  etwa 20 Millionen Jahre). Dies ist die Zeit, die ein Stern benötigt, sofern keine Kernfusion stattfindet, um seine komplette thermische Energie abzustrahlen.

In der Entwicklung hin zur Hauptreihe verringert sich nun sein Radius, wodurch seine Leuchtkraft ebenfalls abnimmt. Jedoch steigt die Temperatur in seinem Innern, was dazu führt, dass die Opazität wieder abnimmt und der Stern, zunehmend radiativ, seine gewonnene Energie nach außen transportiert. Sowohl seine Leuchtkraft als auch seine Temperatur nehmen immer weiter zu, bis schließlich die Kernfusion in seinem Zentrum gezündet werden kann. Von nun an befindet sich der Stern auf der Hauptreihe (Main Sequence), wo er auch die längste Zeit seines Lebens (ca. 90%) bleiben wird. Dort befindet er sich in einem sehr stabilen Gleichgewicht zwischen seiner Gravitationskraft und der Auftriebskraft, entstanden durch den Gradienten des Gas- und Strahlungsdrucks aus der Kernfusion im Inneren. Die Dauer dieses Zustands nennt sich nukleare Zeitskala, das entspricht der Zeit, die ein Stern benötigt um seinen gesamten Brennstoffvorrat durch Fusion aufzubreuchen. Sie beträgt bei massearmen Sternen mit  $m = 1M_{\odot}$  ungefähr  $10^{10}a$ , bei massereichen Sternen mit  $m = 30M_{\odot}$  nur etwa  $2 \times 10^6a$ . Bei der Betrachtung der weiteren Entwicklung ist die ideale Gasgleichung entscheidend.

Massereiche Sterne ( $m \gtrsim 8M_{\odot}$ ) fusionieren in ihrem konvektiven Kern Wasserstoff über den CNO-Zyklus zu Helium, während ihre Hülle radiativ ist. Der Brennstoffvorrat an Wasserstoff geht schneller zu Ende, d.h. das Leben massereicher Sterne ist kürzer, da sie kürzer auf der Hauptreihe verweilen. Anschließend wird in solchen Sternen Helium fusioniert. Wenn nun der Brennstoffvorrat an Helium zur Neige geht, verlagert sich der Fusionsprozess in die Hülle. Der Kern wird schwerer, zieht sich zusammen und wird heißer, so lange bis in ihm Kohlenstoff fusioniert werden kann. Danach verlagert sich der Fusionsprozess wieder in die Hülle; eine weitere Schale entsteht. Dieser Vorgang setzt sich, je nach Masse des Sterns, mit den Elementen Sauerstoff und Silizium fort, weshalb er Schalenbrennen genannt wird. Bei Sternen mit mehr als  $15M_{\odot}$  läuft dieses Schalenbrennen so lange ab, bis schließlich im Kern nur noch Eisen vorhanden ist. Hier endet die Kette, da für die Fusion von Eisen Energie aufgewandt werden muss (endotherme Reaktion). In Abbildung 1.2 ist ein solches Schalenmodell für einen massereichen Stern dargestellt. Alle möglichen Schalen sind bereits gebildet, wobei die Elemente von außen nach innen schwerer werden.

Solche Sterne beenden ihr Leben in einem Kernkollaps, der als Typ II Supernova beobachtet wird. Danach bleibt ihr Überrest als Neutronenstern, in seltenen Fällen sogar als schwarzes Loch, zurück.

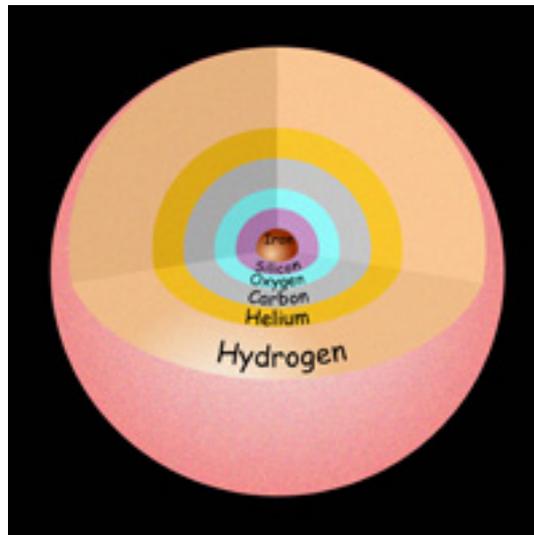


Abbildung 1.2: Die Abbildung zeigt das Schalenmodell eines massereichen Sterns im Spätstadium seiner Entwicklung. (Quelle: [http://www.cococubed.com/pix\\_pages/87a\\_art.shtml](http://www.cococubed.com/pix_pages/87a_art.shtml))

Eine ausführlichere Darstellung findet man beispielsweise in „Fundamental Astronomy“ von Karttuen et al. . Da sich die vorliegende Arbeit jedoch mit einem Stern aus den Entwicklungsstadien massearmer Sterne beschäftigt, soll von nun an nicht weiter auf Sterne mit mehr als ca. 8 Sonnenmassen eingegangen werden.

## 1.1 Das Leben massearmer Sterne

Massearme Hauptreihensterne haben, aufgrund ihrer geringeren Temperatur, nicht die Möglichkeit Kernfusion im CNO-Zyklus zu betreiben und müssen auf den Proton-Proton Zyklus zurückgreifen. Da allerdings die Rate des pp-Zyklus nicht so temperaturabhängig ist, kann die Fusion einen größeren Bereich des Sterninneren erfassen. Dieser ist daher stabil gegen Konvektion und der Energietransport ist dort nur durch Strahlung möglich. Im äußeren Bereich des Sterns ist die Opazität hoch, da die Temperatur niedrig ist. Die Energie kann nicht durch Strahlung entweichen, sondern wird dort durch Konvektion nach außen transportiert. Insgesamt entspricht die Aufteilung der Transportzonen genau der umgekehrten in massereichen Sternen.

Extrem massearme Sterne ( $m \lesssim 0.26M_{\odot}$ ) bleiben während ihrer gesamten Hauptreihenphase vollkonvektiv. Dies bedeutet, dass ihnen ihr gesamter Wasserstoff als Brennstoffvorrat zur Verfügung steht. Wenn nun aller Wasserstoff verbraucht ist, verlöschen sie und werden zu weißen Zwergen, da ihre Zentraltemperaturen nie hoch genug werden um das Heliumbrennen zu zünden.

Bei massereicheren Sternen ( $m \gtrsim 0.26M_{\odot}$ ) kann sich im inneren Bereich wegen der fehlenden Konvektion das Material nicht vermischen, und die Wasserstoffhäufigkeit nimmt nach außen hin zu. Während nun die Menge an Wasserstoff im Sterninneren abnimmt, wird er etwas heißer und heller, wodurch er sich auf der Hauptreihe nach oben bewegt. Wenn nun sein Brennstoffvorrat sich dem Ende zu neigt, sind auch seine Tage auf der Hauptreihe gezählt. Der Stern besteht dann aus einem Heliumkern und einer ihn umgebenden Hülle aus Wasserstoff, in der nun weiter im pp-Zyklus und anschließend im CNO-Zyklus fusioniert wird. Die Masse des Heliumkerns steigt weiter, was zur Ausdehnung der Hülle führt. Dadurch sinkt die Temperatur der Hülle und der Stern bewegt sich im HR-Diagramm horizontal nach links auf die Hayashi Linie zu. Diese kann er aber nicht überschreiten ohne aus dem thermischen Gleichgewicht zu geraten, weshalb er heller wird, da sein Radius wächst. So bewegt sich der Stern im HR-Diagramm vertikal nach oben, den Roten Riesenast (Red Giant Branch) hinauf. Am Ende dieser Entwicklung angelangt, die nur etwa ein Fünftel seiner nuklearen Zeitskala dauert, befindet er sich schließlich im Stadium eines Roten Riesensterns.

Im weiteren Verlauf nimmt die Masse des Heliumkerns immer mehr zu, was ihn immer dichter werden lässt. Wenn die Temperatur des Kerns über  $10^8 K$  steigt, ist es in seinem Innern heiß genug um die Helium Fusion zu zünden, bei der Kohlenstoff entsteht. Dabei steigt seine Temperatur nochmals, während sein Radius und damit seine Leuchtkraft abnimmt, bis er sich im HR-Diagramm auf dem Horizontalast (Horizontal Branch) befindet.

Bei massearmen Sternen ( $m \lesssim 1.5M_{\odot}$ ) kommt es im Zuge der Rote-Riesen-Phase zu einer Entartung des Elektronengases im Kern, was zur Folge hat, dass er zunächst nicht mehr weiter kontrahieren kann. Wenn nun die Temperatur den kritischen Wert von ca.  $10^8 K$  überschreitet, zündet die Helium Fusion explosionsartig (Helium Flash). Ein Großteil der aufgestauten Energie wird in Form von Strahlung freigesetzt, trifft auf die Hülle und nimmt u.U. einen geringen Teil davon mit sich. Letztlich stabilisiert sich die Helium Fusion durch den Temperaturanstieg wieder und die Entartung des Kerns wird aufgehoben. Damit erreichen die massearmen Sterne den Horizontalast. Die Sterne auf dem Horizontalast (HB) verbrennen in ihrer Schale noch weiterhin Wasserstoff, während in ihrem Kern bereits Helium in einem Tripel- $\alpha$

Prozess weiter fusioniert wird. Dies führt dazu, dass mit der Zeit im Inneren des Sterns ein teilweise entarteter Kern aus Kohlenstoff und Sauerstoff entsteht. Da diese Art von Sternen in einem recht großen Temperaturbereich auftreten, jedoch eine nahezu konstante Leuchtkraft besitzen, bilden sie einen horizontalen Streifen im HR-Diagramm.

Als EHB (Extreme Horizontal Branch) wird die Verlängerung des Horizontalastes zu höheren Temperaturen hin, bezeichnet. Dort ist auch der hier untersuchte Stern PG 1605+072 zu finden; seinesgleichen soll im Abschnitt 1.2 eingehend betrachtet werden. Aufgrund der kanonischen Masse des Helium Kerns von  $\sim 0.5M_{\odot}$ , haben solche Sterne ein einheitliche Lebensdauer auf dem Horizontalast von  $\sim 1 - 2 \times 10^8$  Jahren. In allen Sternen mit einer Masse von mehr als  $1.5M_{\odot}$ , ist die Zentraltemperatur höher und die Kerndichte kleiner, weshalb dort keine vollständige Entartung auftritt. Sie verlassen, nachdem das Heliumbrennen erloschen ist, den Horizontalast, und wandern im HRD den asymptotischen Riesenast (Asymptotic Giant Branch) hinauf. Dieser verläuft nahezu parallel zum Roten Riesenast (RGB), reicht jedoch bis zu noch höheren Leuchtkräften und geht einher mit einer sehr starken Expansion des Sterns. Obwohl die Details der Entwicklung auf dem AGB bis heute nicht verstanden sind, zeigen solche Sterne zwei charakteristische Phänomene: sie erleben in dieser Phase einen enormen Massenverlust von bis zu  $\sim 10^{-4}M_{\odot}$  pro Jahr am Ende des AGB. Weiterhin treten sogenannte thermische Pulse auf, bei denen in Abständen von einigen tausend Jahren ein Wechselspiel der Brennprozesse in der Wasserstoff und Helium Schale stattfindet. In einer Schale wird das Brennen gezündet, während es in der Anderen erlöscht. Weiterführende Erläuterungen zu Sternen in der AGB Phase findet man beispielsweise bei Herwig (2005).

Beim letzten thermischen Puls ist der größte Teil der Sternhülle bereits entwichen. Danach durchläuft der Stern die sogenannte Post-AGB Phase, die nur  $\sim 10000$  Jahre dauert. Dabei bleibt seine Leuchtkraft weitgehend konstant, während seine Oberflächentemperatur kontinuierlich auf weit über  $100000K$  ansteigt, da er seinen Radius auf das bis zu 10000-fache verringert. Bei  $\sim 25000K$  reicht der UV-Fluss aus um die abgestoßene Hülle zu ionisieren und sie so zum Leuchten anzuregen; es entsteht ein Planetarischer Nebel. Der übriggebliebene Zentralstern besitzt neben einem entarteten Kohlenstoff-Sauerstoff Kern, noch eine sehr dünne Hülle aus Wasserstoff und Helium. Nachdem jegliche nukleare Energieproduktion eingestellt ist, befindet er sich nun in einem stabilen Gleichgewicht zwischen dem Druck des entarteten Elektronengases und dem Gravitationsdruck. Man bezeichnet ihn fortan als weißen Zwerg, der sich links oben im HRD befindet. Anschließend biegt er im HRD auf die Abkühlsequenz der weißen Zwerge ein; dort bleibt er, bis er vollkommen erkaltet ist. Schließlich wird er in ferner Zukunft,

als schwarzer Zwerg, am Ende seines („sichtbaren“) Lebens angelangen. Anzumerken bleibt, dass die Abkühlzeiten weißer Zwerge größer sind als das Weltalter.

In Abbildung 1.3 ist ein HR-Diagramm mit den Entwicklungsphasen massereicherer Sterne dargestellt. Die Hauptreihe ist durch die gestrichelte Linie von links oben nach rechts unten dargestellt. Die massearmen sonnenähnlichen Sterne sind im unteren Bereich der Hauptreihe zu finden, während die massereichen, hellen Sterne oben sind, da sie eine höhere Leuchtkraft besitzen. Nachdem die Sterne die Hauptreihe verlassen haben, laufen sie den Roten Riesen Ast (RGB) hinauf, der in der Abbildung rechts oben liegt. Danach erreichen sie mit Hilfe von Heliumbrennen den Horizontalast (HB); dargestellt als waagerechte Strich-Punkt Linie, etwa im Zentrum der Abbildung, mit dem erweiterten Horizontalast (Extreme Horizontal Branch) als Verlängerung. Anschließend folgen sie dem asymptotischen Riesenast (AGB), der parallel zum RGB bei etwas höheren Temperaturen liegt. Letztlich biegen sie als weiße Zwerge auf die Abkühlsequenz ab, dargestellt als nach unten führende, gepunktete Linie, und beenden dort ihr „sichtbares“ Leben.

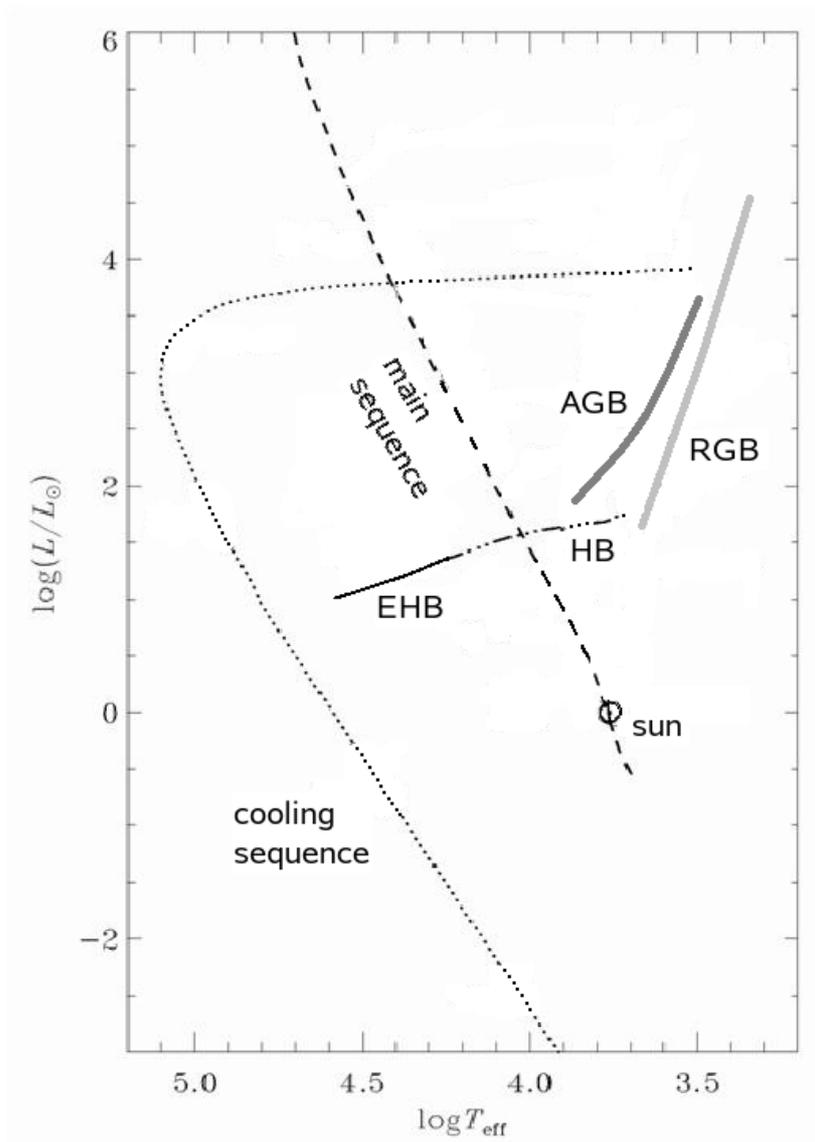


Abbildung 1.3: Die Abbildung zeigt ein Hertzsprung-Russell Diagramm mit den wesentlichen Entwicklungsstadien.

## 1.2 Die Sterne des erweiterten Horizontalastes

Den erweiterten Horizontalast findet man auf der Fortsetzung des Horizontalastes zu höheren Temperaturen hin. Jenseits des EHB zu noch höheren Temperaturen hin, findet man die subdwarf-O-Sterne (sdO's). Sie zeigen als charakteristisches Merkmal starke Helium Linien im Spektrum.

Zwischen den sdO's und dem EHB findet man subdwarf-OB-Sterne (sdOB's) mit sehr schwachen Helium Linien. Solche Linien können durch neutrales Helium als HeI-Linien, oder durch einfach ionisiertes Helium als HeII-Linien entstehen.

Der erweiterte Horizontalast wird bevölkert von subdwarf B-Sternen, wie dem hier analysierten PG1605+072, die nur Linien von neutralem Helium aufweisen. Im folgenden Abschnitt wird deshalb ausschließlich auf diesen Sterntyp näher eingegangen.

Die sdB's besitzen nur schwache Helium Linien im Spektrum, dafür aber verbreiterte Wasserstoff Linien. Ihre Temperatur liegt üblicherweise zwischen  $22000 - 40000K$  bei einer Oberflächenbeschleunigung von  $\log(g(\text{cm s}^{-2})) = 4.5 - 6.0$  (Heber et al. 1984; Heber, 1986; Saffer et al., 1994). Wie bei den normalen Sternen des Horizontalastes, handelt es sich auch bei subdwarf B-Sternen um im Kern Helium verbrennende Sterne mit einer kanonischen Kernmasse von  $m \approx 0.5M_{\odot}$ . Ihre Wasserstoff Hülle ist jedoch sehr massearm ( $m_{env} \lesssim 0.02M_{\odot}$ ). Im Gegensatz zu normalen HB-Sternen kann aufgrund der geringen Hüllenmasse kein Wasserstoff-Schalenbrennen einsetzen.

Die weitere Entwicklung von subdwarf B-Sternen unterscheidet sich nochmals von der im vorherigen Kapitel beschriebenen. Die verbliebene Hüllenmasse ist wesentlich geringer als üblich, deshalb gibt es zwei grundsätzlich verschiedene Möglichkeiten für solche Sterne abzukühlen. Vorgeschlagen wurden sie von Dorman et al. (1993). Sie ähneln der Entwicklung von Heliumhauptreihensterne (Heber et al., 1984) und sind im Wesentlichen von der Hüllenmasse abhängig. Die sdB-Sterne mit einer geringen Hüllenmasse  $m_{env} \ll 0.02M_{\odot}$  haben eine höhere Effektivtemperatur. Sie entwickeln sich nicht auf dem AGB und gelangen daher bei geringen Temperaturen auf die Abkühlsequenz der weißen Zwerge. Daraus lässt sich folgern, dass ein weißer Zwergstern nicht zwingend aus dem Zentralstern eines planetarischen Nebels entstanden sein muss. Vielmehr stellen beide Möglichkeiten zusammen einen weiteren Entwicklungskanal für massearme weiße Zwerge dar (Heber, 1986; Bergeron et al., 1994).

Die sdB-Sterne mit großen Hüllenmassen  $m_{env} \gtrsim 0.02M_{\odot}$  entwickeln sich

zunächst auf dem AGB. Sie erreichen jedoch nie das Stadium der thermischen Pulse an der Spitze des AGB Astes und gelangen vorher, bei für den AGB Ast niedrigen Leuchtkräften, auf die Abkühlsequenz der weißen Zwerge.

Diese verschiedenen Entwicklungsszenarien sind in Abbildung 1.4 qualitativ dargestellt.

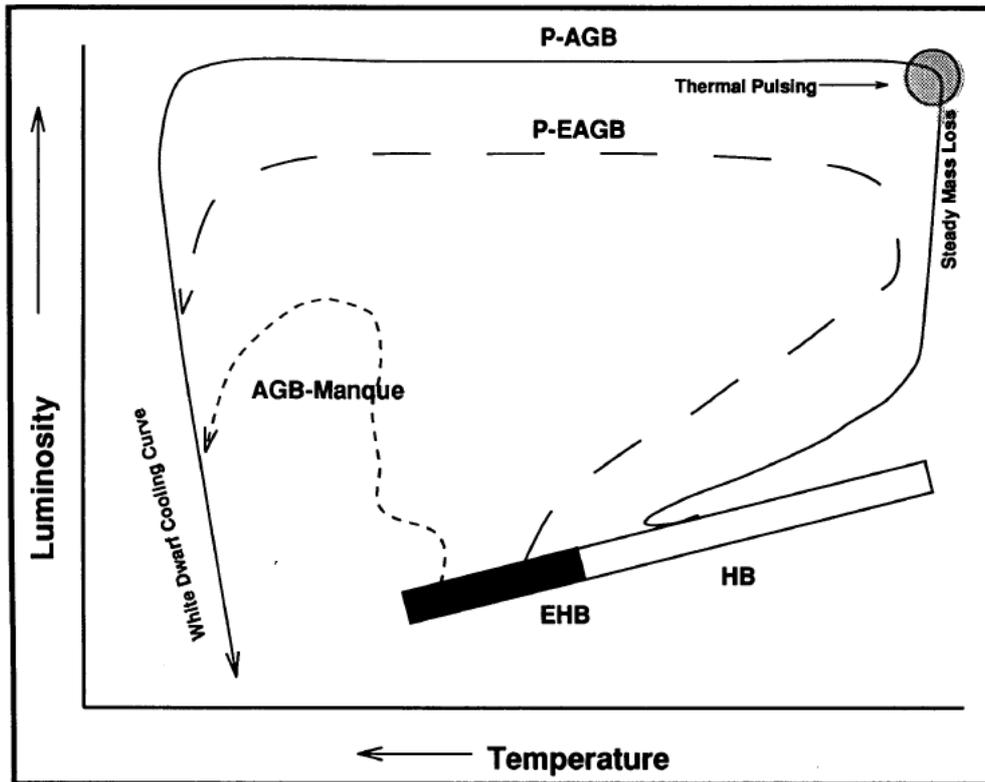


Abbildung 1.4: Die Abbildung zeigt die möglichen Entwicklungswege von sdB-Sternen. (Abbildung von Dorman, B. et. al (1993): ApJ, 419, 596)

Die Entstehungsgeschichte solcher EHB-Sterne ist, zumindest was die geringe Masse der Wasserstoff Hülle betrifft, noch nicht endgültig geklärt. Zur Problematik trägt zusätzlich bei, dass man solche Sterne sowohl in metallarmen, als auch in älteren metallreichen Kugelsternhaufen findet (O'Toole, 2002). Grundsätzlich ist sowohl eine Entstehung als Einzelstern, als auch eine Entstehung aus einem Doppelsternszenario denkbar. Eine Möglichkeit der Einzelsternentstehung zeigt eine Arbeit von D'Cruz et al. (1996) auf. Ihre Modelle zeigten, dass ein extremer Massenverlust während der RGB Phase nicht nur möglich, sondern auch noch unabhängig von der Metallizität ist.

Daneben gibt es mehrere Doppelsternszenarien, wie zum Beispiel den Massetransfer eines Roten Riesensterns auf seinen Begleiter beim Überschreiten seines Roche Radius (Bailyn, 1995), oder die Verschmelzung von zwei heliumreichen weißen Zwergen.

Nachdem bei einer Analyse von Allard et al. (1994) klar wurde, dass mindestens  $\sim 54\% - 66\%$  aller sdB-Sterne in einem Doppelsternsystem zu finden sind, gewannen die Doppelsternentstehungsszenarien an Bedeutung hinzu.

Die Einzel-Szenarien sagen meist nur einen sehr schmalen Bereich an auftretenden Massen voraus, was durch Observationen so nicht bestätigt wird. Mit Hilfe von Doppelstern-Szenarien jedoch erhält man ein weitaus breiteres Spektrum an auftretenden Massen. Dies ist unter anderem ein wichtiger Grund, warum die Doppelstern-Szenarien, nach heutigem Stand, bevorzugt werden.

Unterleuchtkräftige B-Sterne rückten Ende der Neunziger Jahre in den Brennpunkt des Interesses der Astronomen, da bei einigen sogenannte nicht-radiale Pulsationen entdeckt wurden. Aus diesem Grund soll das nächste Kapitel einen Überblick über pulsierende Sterne liefern.

## 1.3 Übersicht über pulsierende Sterne

Bisher haben wir Sterne als Gaskugeln im hydrostatischen Gleichgewicht betrachtet. Sie können allerdings zum Schwingen angeregt werden, und besitzen dann, ähnlich wie Glocken, Eigenschwingungen. Diese pulsierenden Sterne waren schon immer, nicht nur ein beliebtes, sondern auch ein überaus nützlich-liches Forschungsgebiet. Die Periode-Leuchtkraft-Beziehung der Cepheiden, der bekanntesten Klasse pulsierender Sterne, ist bis heute die verlässlichste Grundlage um die Entfernungen von Galaxien zu vermessen. Aufgrund dieser enormen Bedeutung der Pulsationsveränderlichen sollen die verschiedenen Unterklassen kurz vorgestellt werden.

Grundsätzlich unterscheidet man radiale und nichtradiale Pulsatoren.

### 1.3.1 Die radialen Pulsatoren

Radiale Pulsatoren, wie die Cepheiden, wurden bereits Anfang des zwanzigsten Jahrhunderts das Ziel verstärkter Forschung. Benannt sind sie nach dem Stern  $\delta$ -Cephei im Sternbild Cepheus. Als Unterklasse der Pulsationsveränderlichen verändern sie ihre Leuchtkraft streng periodisch. Die Cepheiden sind Population I Überriesen, d.h. es handelt sich um metallreiche, jun-

ge, massereiche Sterne, die sich in der galaktischen Scheibe befinden. Ihre Perioden liegen zwischen einigen Tagen und Wochen und ihre scheinbare Helligkeit variiert bis zu 2,5 Magnituden. Weiterhin wurde von Henrietta Swan Leavitt im Jahre 1912 entdeckt, dass Cepheiden eine strenge Periode-Leuchtkraft-Beziehung aufweisen. Damit ist es also möglich aus der beobachteten Periode die absolute Helligkeit eines Sterns zu bestimmen. Aus der absoluten und der scheinbaren Helligkeit die Entfernung zu messen, war seither ein Leichtes; die erste „Standardkerze“ war geboren.

Eine weitere Unterklasse der Pulsationsveränderlichen bilden die Mira Sterne, die nach dem Überriesen der M Klasse Mira Ceti benannt sind. Diese Sterne der Klassen M, S oder C zeigen typischerweise Molekül-Absorptionslinien im Spektrum und haben kräftige stellare Winde. Mit Perioden von einigen hundert Tagen gehören sie zu den langperiodischen Veränderlichen und variieren in der Helligkeit um bis zu 10 Magnituden. Die Effektivtemperatur von Mira Veränderlichen liegt bei  $\sim 2000K$ ; aus diesem Grund strahlen sie vorwiegend im Infrarotbereich. Kleine Temperaturveränderungen führen deshalb zu starken Änderungen in der Helligkeit.

Die dritte wichtige Unterklasse bilden die RR-Lyrae Sterne. Ihre Helligkeitsschwankungen bleiben gewöhnlich unter einer Magnitude und sind damit die schwächsten der drei wichtigen Klassen. Die Perioden solcher Sterne liegen üblicherweise im Bereich einiger Stunden (0.1-1d); sind also kürzer als die der Cepheiden. Im Gegensatz zu den bisher beschriebenen Unterklassen gehören RR-Lyrae Veränderliche zu den Population II Sternen, d.h. es handelt sich um alte, metallarme und massearme Sterne, die man auch in Kugelsternhaufen finden kann. Die absoluten Helligkeiten, die Massen und das Alter solcher Sterne ist ungefähr gleich, da sie sich im selben Stadium der Sternentwicklung befinden: in ihrem Innern hat das Helium Kernbrennen eingesetzt und sie befinden sich daher auf dem Horizontalast (HB). Bei RR-Lyrae Sternen lässt sich ebenfalls eine Periode-Leuchtkraft-Beziehung aufstellen, wodurch auch sie als Standardkerzen verwendbar sind.

Neben den klassischen Cepheiden unterscheidet man noch die W Virginis Sterne. Auch sie folgen einer strikten Periode-Leuchtkraft-Beziehung, sind aber ca. 1,5 Magnituden dunkler als die entsprechenden Cepheiden. Als alte metallarme Sterne gehören sie zur Population II, wobei ihre Lichtkurven denen der Cepheiden sehr ähneln. Dies lässt sich damit erklären, dass auch die W Virginis Sterne in Ihrer Entwicklung post-HB-Sterne sind.

In Abbildung 1.5 ist ein Hertzsprung-Russel-Diagramm mit Entwicklungswegen und den typischen Pulsationsstadien dargestellt. Die gestrichelte Linie von links oben nach rechts unten stellt die Hauptreihe dar. Weiterhin wurden Riesen-, Horizontalast und die Abkühlsequenz als gepunktete Linie eingezeichnet.

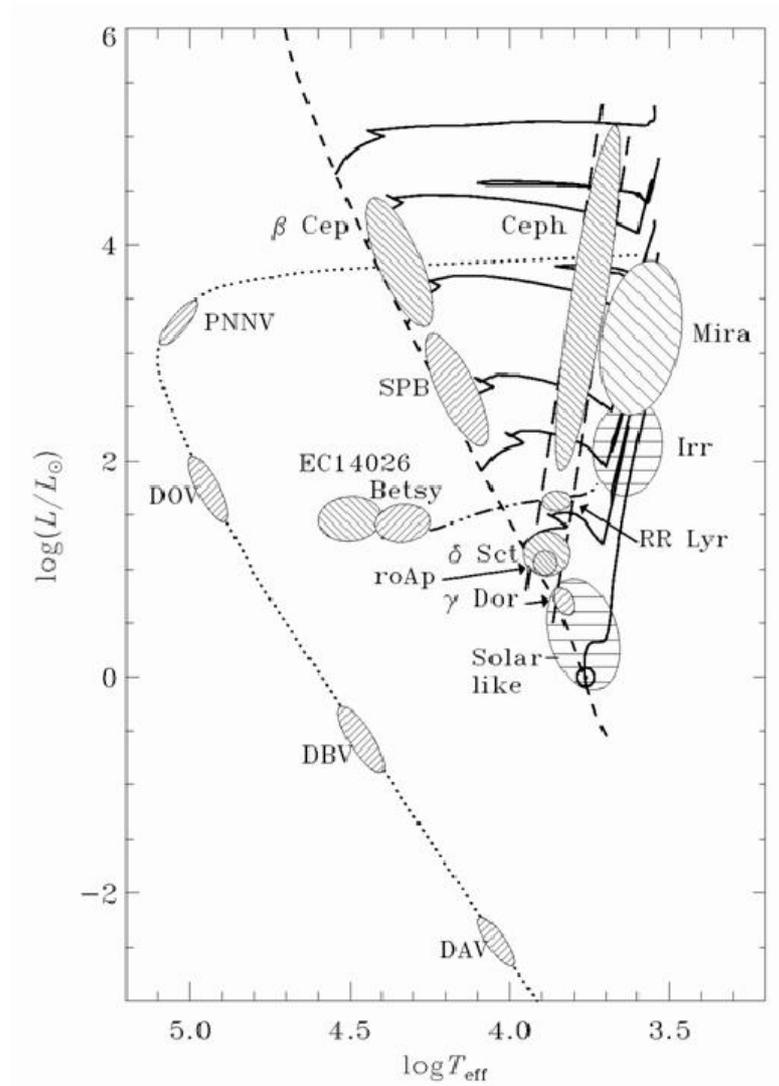


Abbildung 1.5: Lage verschiedener Klassen pulsierender Sterne im Hertzsprung-Russell Diagramm. Die durchgezogenen Linien sind die Entwicklungswege von Sternen verschiedener Massen, beginnend mit der Hauptreihe. Die typischen Instabilitätsgebiete sind durch schraffierte Bereiche dargestellt. Unterschiedliche Moden sind durch verschiedene Schraffierung codiert (Schraffierung von links oben nach rechts unten bedeutet p-Moden, von rechts oben nach links unten g-Moden, waagerechte Schraffierung bedeutet stochastische sonnenähnliche Pulsationen). Quelle: Christensen-Dalsgaard, private Kommunikation.

### 1.3.2 Die nichtradialen Pulsatoren

Die Geschichte der Entdeckung von nichtradialen Pulsationen in Sternen nahm ihren Anfang durch Beobachtungen der Sonne. Zu Beginn der 60er Jahre geriet die Erforschung der Sonne wieder verstärkt ins Interesse der Wissenschaft. Ausschlaggebend dafür war die Entdeckung der 5 Minuten Oszillationen in der Sonne durch Leighton et al. (1962). Sie fanden kleine Dopplerverschiebungen ( $\sim 1\text{km s}^{-1}$ ) in den Absorptionslinien der Sonne. Da diese an der Sonnenoberfläche entstehen, schlossen sie auf Geschwindigkeitsfelder, die größere Bereiche vertikal oszillieren lassen. Erstmals interpretierte Ulrich (1970) diese Schwingungen als globale Oszillationen, wobei die Sonne als Resonator für akustische Wellen, die sich in ihrem Innern ausbreiten, wirkt. Mittlerweile gilt es als bewiesen, dass die Mehrzahl dieser Schwingungen nichtradiale akustische Moden sind.

Danach versuchte man auch in anderen Sternen nichtradiale Pulsationen zu entdecken. Dies stellte sich als schwierig heraus, da die Helligkeitsschwankungen solcher Pulsationen, aufgrund geometrischer Auslöschungen, sehr klein sind (wenige mmag). Nichtsdestotrotz wurde man schließlich gerade bei weißen Zwergen fündig. Dies war umso erstaunlicher, als man lange Zeit dachte, dass alle weißen Zwerge eine sehr konstante Helligkeit besitzen. In den 70er Jahren fand man allerdings immer mehr (über 30) variable weiße Zwerge mit Perioden von einigen 100s, die zudem auch noch multiperiodisch sind.

Es lassen sich vier Klassen veränderlicher weißer Zwerge unterscheiden: die ZZ Ceti Sterne besitzen noch Wasserstoff in der Hülle und werden daher auch DA-Variable (DAV's) genannt. Mit einer Effektivtemperatur von  $\sim 12000\text{K}$  sind sie im HR-Diagramm zu finden, wenn man den Instabilitätsstreifen der Cepheiden nach unten verlängert (siehe Abbildung 1.5).

Im Gegensatz dazu haben die DB-Veränderlichen den Wasserstoff in ihrer Hülle vollständig abgegeben, so dass sich dort nur noch Helium nachweisen lässt.

Die GW Vir Sterne oder DO-Veränderlichen (DOV's) stehen am Beginn, d.h. am heißen Ende der Abkühlsequenz weißer Zwerge. Sie haben Temperaturen zwischen  $80000\text{K} \lesssim T_{eff} \lesssim 140000\text{K}$  (Dreizler & Heber, 1998). Einer dieser Sterne, PG1159-035 galt lange Zeit, als einer der am häufigsten observierten Sterne, da er Ziel einer "Whole Earth Telescope" Kampagne war. Dabei wurden mehr als 125 unterschiedliche Pulsationsmoden detektiert (Winget et al., 1991). Bei ihren Pulsationen handelt es sich um nichtradiale Moden mit Perioden zwischen 3 und 10 Minuten.

Die letzte Unterklasse bilden die PNN (Planetary Nebulae Nuclei)-Variablen.

Sie sind Zentralsterne planetarischer Nebel und unterscheiden sich von den GW Vir Sternen im Wesentlichen durch ihre höhere Leuchtkraft. Wie in Abbildung 1.5 zu sehen ist, befinden sie sich am Anfang der Abkühlsequenz der weißen Zwerge.

Neben den pulsierenden weißen Zwergen, ist es in den letzten Jahren mehr und mehr die Klasse der unterleuchtkräftigen B-Sterne (subdwarf B), die in der Asteroseismologie Aufsehen erregt. Sie sind Vorläufer von weißen Zwergen, und weisen verschiedene Arten nichtradialer Pulsationen auf. Man fand sowohl Sterne, die kurzperiodische Schwingungen (p-Moden) mit Periodendauern im Bereich einiger Minuten (Kilkenny et al., 1997) zeigen, als auch Sterne mit langperiodischen Schwingungen (g-Moden), die mehr als eine halbe Stunde dauern (Green et al., 2003). Die p-Moden Pulsatoren werden nach ihrem Prototyp EC14026 (oder V361 Hya) Sterne genannt, und sind zusammen mit den g-Moden Pulsatoren, die nach ihrer Entdeckerin „Betsy“-Sterne genannt werden, im Zentrum von Abbildung 1.5 zu finden. Vor Kurzem fand man auch erstmals Hybrid Pulsatoren, bei denen beide Modenarten zu sehen sind (Schuh et al., 2005).

Der in dieser Arbeit untersuchte Stern PG1605+072, ist ein V361 Hya-Stern. Er zeigt kurzperiodische p-Moden und hat den EHB bereits verlassen, was ihn zu einem einzigartigen Studienobjekt macht (siehe Kapitel 1.2). Aus diesem Grund sollen die genauen Eigenschaften und Mechanismen, sowie die theoretischen Grundlagen zum Verständnis solcher Sterne gesondert und ausführlich im Kapitel 2 vorgestellt werden.

Alle bisher vorgestellten Unterklassen nichtradial pulsierender Sterne befanden sich bereits weit jenseits der Hauptreihe. In Abbildung 1.5 sind jedoch ebenfalls Unterklassen, wie z.B. die Zwerg-Cepheiden (auch  $\delta$  Scuti Sterne genannt) oder die  $\beta$  Cephei Sterne dargestellt, die sich noch auf der Hauptreihe befinden. Die Zwerg-Cepheiden befinden sich in Abbildung 1.5 etwas unterhalb der Klassischen, im Instabilitätsstreifen der Cepheiden. Sie haben etwas kürzere Perioden und zeigen in ihren Pulsationen oft Interferenz des Grundzustands mit der ersten Oberschwingung, d.h. sie sind sowohl radiale als auch nichtradiale Pulsatoren.

Im HR-Diagramm befinden sich  $\beta$  Cephei Sterne links oben auf der Hauptreihe; also abseits der anderen Variabilitätsgebiete, da sie heiße, schwere Sterne sind. Den Großteil ihrer Strahlung senden sie deshalb im UV-Bereich aus. Ihre Perioden sind noch kürzer und zeigen aufgrund ihrer nichtradialen Pulsationen auch nur kleine Amplituden.

Neben diesen vielen Unterklassen existiert auch eine große Zahl von irregulären Veränderlichen. Diese Sterne sind Überriesen, die oft sehr jung und

massereich sind. Sie zeigen nur unbeständige Pulsationen und sind im HR-Diagramm im Riesenast zu finden.

Diese Unmenge an verschiedenen Sternen in so grundsätzlich verschiedenen Stadien ihres Lebens, hat jedoch eine Gemeinsamkeit: Pulsation!!! Aus diesem Grund besteht die Hoffnung, aus dem Verständnis solcher Pulsationen mehr über das Innenleben der Sterne zu erfahren. Im nächsten Kapitel sollen daher die theoretischen Konzepte dazu erläutert werden.

# Kapitel 2

## Grundlagen der Astroseismologie

Das Modell der Sternentwicklung, welches im vorherigen Kapitel erklärt wurde, macht oft von der Annahme des hydrostatischen Gleichgewichts Gebrauch. In der lokalen Näherung ist diese in vielen Fällen richtig und auch notwendig um zu Ergebnissen zu gelangen. In der Realität treten aber jederzeit lokale Beschleunigungen auf, die einen Materiefluss zur Folge haben. Dadurch sind die Kräfte nicht mehr ausgeglichen und das hydrostatische Gleichgewicht ist gestört: diese Störungen sind die Grundlage der Astroseismologie.

Wie der Name schon ahnen lässt, funktioniert die Astroseismologie auf die gleiche Weise wie die herkömmliche Seismologie auf der Erde, indem man die Ausbreitung von Wellen untersucht. Man benutzt die Änderung der Eigenschaften an der Oberfläche eines Objekts, um Neues über das Geschehen in seinem Innern zu lernen. Bei Sternen sind diese beobachteten Größen beispielsweise die (Oberflächen-)Helligkeit oder die Farbe (Spektrum).

### 2.1 Radiale adiabatische Pulsationen

Im Folgenden sollen zunächst nur radiale Schwingungen betrachtet werden. Dabei sei erneut darauf hingewiesen, dass sich solche Vorgänge auf der dynamischen Zeitskala abspielen (siehe Kapitel 1), und somit im Wesentlichen „mechanischer“ Natur sind. Man bedient sich häufig der sogenannten „adiabatischen Näherung“, d.h. man lässt den Wärmeaustausch eines Sterns mit seiner Umgebung außer acht. Dies vereinfacht die auftretenden mathematischen Probleme ausreichend, schränkt uns aber in den Interpreta-

tionsmöglichkeiten ein. Es bleibt jedoch immer noch zu prüfen, ob diese Näherung im jeweils untersuchten Fall tauglich ist. Weiterhin nehmen wir im Folgenden sphärische Symmetrie des Problems an. Aus diesem Grund kann die rein mechanische Pulsation, durch die Gleichung für die Massenerhaltung

$$\frac{\partial M_r}{\partial r} = 4\pi r^2 \rho \quad (2.1)$$

und die Bewegungsgleichung

$$\ddot{r} = -4\pi r^2 \left( \frac{\partial P}{\partial M_r} \right) - \frac{GM_r}{r^2} \quad (2.2)$$

vollständig beschrieben werden, wobei  $M_r$  der im Radius  $r$  eingeschlossenen Masse entspricht und genau wie  $r$  zeitabhängig ist. Ein solches System verhält sich im Wesentlichen wie ein Pendel und liefert im Lagrange Formalismus auch äquivalente Ergebnisse. Im Falle einer Auslenkung aus der Ruhelage durch eine kleine Störung  $|\delta r/r_0| \ll 1$  oder  $|\delta \rho/\rho_0| \ll 1$  erhält man also

$$\delta r(t, r_0) \sim r_0 e^{i\omega t} \quad . \quad (2.3)$$

Weiterhin sei erwähnt, dass bei adiabatischen radialen Moden eine Phasenverschiebung zwischen Dichte und Radialgeschwindigkeit  $\dot{r}$ , von  $\frac{\pi}{2}$  zu erwarten ist, da am Umkehrpunkt der Pulsation  $\dot{r} = 0$  ist, die größte Dichte und damit auch die größte Temperatur herrscht. Eine detaillierte Beschreibung findet man zum Beispiel bei Hansen und Kawaler (1994).

## 2.2 Nichtradiale Pulsationen

Die Betrachtung von nichtradialen Pulsationen erfordert einen etwas allgemeineren Ansatz. Wir nehmen für unseren Stern Massenerhaltung an und gelangen so zur Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho v) = 0 \quad , \quad (2.4)$$

wobei  $\rho v$  den Fluss in bzw. aus dem Volumen mit eingeschlossener Massendichte  $\rho$  darstellt. Falls die rechte Seite des Ausdrucks ungleich null wäre, befände sich eine Quelle oder Senke im Volumen. Die Dichte  $\rho$  erzeugt nun ein Gravitationspotential auf dem Volumen, das der Poissongleichung

$$\Delta \phi = 4\pi G \rho \quad (2.5)$$

genügen muss, wobei  $\phi$  das skalare Gravitationspotential ist, welches vom Vektorfeld  $\vec{g} = -\nabla\phi$  erzeugt wird. Damit haben wir das Problem vollständig beschrieben.

Um nun zu Lösungen zu gelangen beschränken wir uns im Folgenden auf eine radialsymmetrische Verteilung der Masse. Der Radialanteil lässt sich abseparieren und die Eigenwertgleichung des Winkelanteils des Laplace Operators lautet

$$\Delta_h f = -\frac{1}{r^2}\Lambda f \quad (2.6)$$

mit  $\Lambda$  als Eigenwert und  $f$  als Eigenfunktion. Als nächstes schreiben wir die Gleichung 2.6 vollständig in Kugelkoordinaten und erhalten

$$\frac{1}{\sin(\theta)}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin(\theta)\frac{\partial f}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial\phi^2} = -\Lambda f \quad (2.7)$$

als Eigenwertgleichung. An dieser Stelle benötigt man einen Separationsansatz der Form

$$f(\theta, \phi) = f_1(\theta)f_2(\phi) \quad (2.8)$$

Damit lässt sich für den radialsymmetrischen Fall die Eigenfunktion des Winkelanteils des Laplace Operators schreiben als

$$f(\theta, \phi) = (-1)^m c_{ml} P_l^m(\cos(\theta)) \exp(im\phi) \equiv Y_l^m(\theta, \phi) \quad (2.9)$$

wobei  $P_l^m(\cos(\theta))$  das Legendre Polynom genannt wird. Der Normierungsfaktor  $c_{ml}$  ergibt sich dabei zu

$$c_{ml} = \frac{(2l+1)(l-m)!}{2\pi(l+m)} \quad (2.10)$$

Eingesetzt in Gleichung 2.7 erhält man nur für die Bedingungen

$$\Lambda = l(l+1) \quad (2.11)$$

und

$$|m| \leq l \quad (2.12)$$

eine reguläre Lösung.

Wie auch aus der Quantenmechanik bekannt, nennt man  $Y_l^m$  eine Kugelflächenfunktion; sie wird charakterisiert durch die beiden Quantenzahlen  $l$ , auch der Grad von  $Y_l^m$  genannt, und  $m$ , den Grad der Entartung von  $Y_l^m$ . In Abbildung 2.1 werden die Funktionen zu verschiedenen Quantenzahlen anschaulich dargestellt. Wie aus der Anschauung deutlich wird, bezeichnen die Quantenzahlen  $l$  und  $m$  auch die Anzahl der Knotenlinien auf der Kugel-

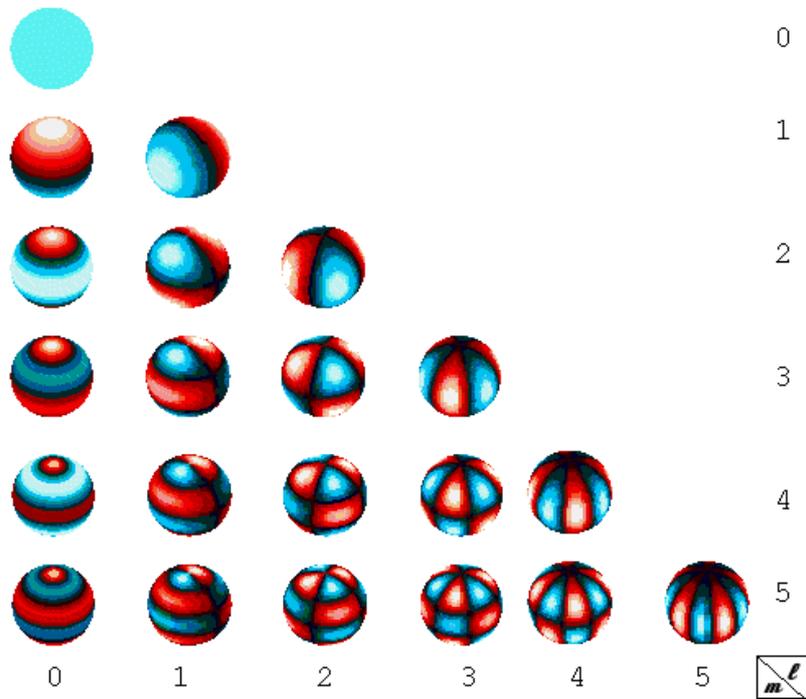


Abbildung 2.1: Die Abbildung veranschaulicht die Kugelflächenfunktionen für verschiedene Quantenzahlen.

Quelle: <http://cfauvcs5.harvard.edu/lana/fun/spheres.htm>

oberfläche. Die Zahl  $l$  gibt dabei die Gesamtzahl der Knotenlinien an und  $m$  ist die Anzahl der Linien, die den Äquator schneiden (daher wird  $m$  auch azimuthaler Parameter genannt).

Um nun zu einer allgemeinen Beschreibung von dreidimensionalen stellaren Pulsationen zu kommen, benötigt man noch eine dritte Quantenzahl  $n$ . Sie bestimmt den radialen Anteil der Pulsation, d.h. die Anzahl der Knotenlinien in radialer Richtung, also ins Sterninnere.

Wie man sieht, ist so jede beliebige stellare Pulsation durch die drei Quantenzahlen (besser: Modenparameter)  $n, l$  und  $m$  vollständig bestimmt. Deshalb ist es das Hauptanliegen der Asteroseismologie diese drei Parameter einer Schwingung zu bestimmen.

Zu gegebenem festem  $l$  sind die Moden mit unterschiedlichem  $m$  entartet, d.h. sie sind energetisch nicht zu unterscheiden. Kommen jedoch symmetriebrechende Effekte, wie zum Beispiel die Rotation oder die Anwesenheit eines Magnetfeldes hinzu, wird die Entartung dieses Multipletts aufgehoben und auch Moden mit ausschließlich verschiedenem  $m$  werden unterscheidbar;

analog der Situation in der Quantenmechanik. Der erste Schritt zur Astero-  
seismologie ist also die Bestimmung der „Schwingungsquantenzahlen“  $l$  und  
 $m$  anhand der beobachteten Schwingungseigenschaften. Aus der Aufspaltung  
von Schwingungsfrequenzen in Triplets, Quintuplets, etc. lassen sich dann  
die Rotation oder das Magnetfeld von pulsierenden Sternen bestimmen.

Nachdem im vorangegangenen Abschnitt gezeigt wurde, dass nichtradiale  
Moden durch Kugelflächenfunktionen beschrieben werden können, stellt sich  
nun die Frage nach der Anwendung dieser Erkenntnis. Bisher betrachteten  
wir ein Geschwindigkeitsfeld, das zu Temperatur- und Dichteänderungen  
führt, welche dann Änderungen der Intensität zur Folge haben.

Bei der Beobachtung von Sternen ist die Intensität der Strahlung eines Sterns,  
in einem bestimmten Spektralbereich, eine wichtige Observable. Da sie von  
Temperatur und Dichte abhängt, ist sie wie jede andere Messgröße auf einem  
pulsierenden Stern proportional zu einer Kugelflächenfunktion und entwickelt  
sich mit der Zeit; d.h.

$$\delta I(\theta, \phi, t) \sim I_0 Y_l^m(\theta, \phi) \exp(-i\omega t) . \quad (2.13)$$

Ganz allgemein und vollständig wird die Änderung der Intensität geschrie-  
ben als

$$\delta I(\theta, \phi, t) = \sqrt{4\pi} \Re I_0 Y_l^m(\theta, \phi) \exp(-i(\omega_0 t - \delta_0)) \quad (2.14)$$

(Christensen-Dalsgaard 2003), wobei  $I_0$  die Amplitude,  $\Re(z)$  den Realteil  
von  $z$ ,  $\omega_0$  die Frequenz der Pulsation und  $\delta_0$  deren Phase bezeichnet. Die  
Gleichung 2.14 gibt also die Intensität an einem bestimmten Ort auf der  
Sternoberfläche  $(\theta, \phi)$ , zu einer Zeit  $t$  an. Solche Variationen kann man pho-  
tometrisch in verschiedenen Wellenlängenbereichen, d.h. mit verschiedenen  
Filtern (Farben) messen und so eine spektrale Pulsationsamplitude bestim-  
men.

Wie leicht einzusehen ist, könnte in Gleichung 2.14 statt der Intensität auch  
die Geschwindigkeit eines Punktes auf der Sternoberfläche zur Zeit  $t$  stehen.  
In diesem Fall lautet sie

$$\delta v(\theta, \phi, t) = \sqrt{4\pi} \Re V_0 Y_l^m(\theta, \phi) \exp(-i(\omega_0 t - \delta_0)) . \quad (2.15)$$

Da ein Stern jedoch eine Punktquelle darstellt, sehen wir als Beobachter ei-  
ne Mittelung aus allen Werten. Deshalb muss man danach noch über die  
gesamte sichtbare Sternscheibe  $A$  integrieren, wobei hier die Mitte-Rand-  
Verdunkelung zunächst vernachlässigt wird. Damit wird die Variation der

Intensität zu

$$\delta I(t) = \frac{1}{A} \int_A \delta I_0(\theta, \phi, t) dA . \quad (2.16)$$

Anschließend können die Spektren mit den ermittelten Geschwindigkeiten korrigiert werden. Was im Spektrum verbleibt sind kleine Änderungen des Linienprofils, die durch Dichteänderungen in der Sternatmosphäre aufgrund ihrer Pulsation entstehen. Diese Variationen lassen sich mit Hilfe von Modellspektren in Änderungen der Temperatur und Dichte (bzw. Schwerebeschleunigung) transformieren. Mit dieser Methode, genannt Linienprofilvariation, lassen sich so Kurven der Zustandsgrößen für verschiedene Moden bestimmen und mit Modellkurven vergleichen, um die Parameter der Moden zu erhalten.

Alle bisherigen Überlegungen zu stellaren Pulsationen beruhen, wie bereits zu Beginn erwähnt, auf adiabatischen Theorien, d.h. ohne Wärmeaustausch eines Sterns mit seiner Umgebung. Für eine genauere Darstellung der Theorien sei hier nochmals auf Hansen & Kawaler (1994) und Christensen-Dalsgaard (2003) verwiesen.

## 2.3 Pulsationsmechanismen

Bisher haben wir den bereits angeregten und eingeschwungenen Zustand betrachtet; wie aber werden solche Schwingungen überhaupt angeregt? Und warum werden sie nicht gedämpft?

Um hier zu einer Beschreibung zu gelangen reichen die bisherigen Annahmen nicht mehr aus; nicht-adiabatische Theorien werden dazu benötigt. Im Folgenden sollen die verschiedenen bisher entwickelten Antriebskonzepte nur qualitativ erläutert werden. Für eine genauere Beschreibung sind die Arbeiten von Kippenhahn & Weigert (1994) und Cox (1980) zu empfehlen.

In den meisten weiterführenden Arbeiten kommt der sogenannte  $\kappa$ -Mechanismus zur Anwendung. Die Energie die ein Stern erzeugt, wird im radiativen Fall durch Photonen transportiert. Diese werden am dichten Gas im Stern häufig gestreut. Die Opazität (Lichtundurchlässigkeit)  $\kappa$  innerhalb eines Sterns steigt zum Beispiel durch Temperatur- und Druckänderung; zusätzlich ist sie auch noch wellenlängenabhängig. Durch eine kleine äußere Störung wird ein Teil des Gases in der Atmosphäre komprimiert und sinkt dadurch ab. Dabei steigt durch die Kompression der Druck und die Temperatur dieses Materials, wodurch wiederum die Opazität steigt. Dadurch dringt

nun weniger Strahlung nach Außen; es entsteht eine Art Strahlungsüberdruck unterhalb dieser Schicht. Die erhöhte Absorption der Schicht hat einen Impulsübertrag zur Folge, der für das Zurückschwingen sorgt. Dabei erfolgt eine Expansion des Gases, wodurch es abkühlt, der Druck sinkt und die Opazität geringer wird. Nun kann die Strahlung entweichen; dadurch sinkt der Druck unterhalb der Schicht und das Absinken beginnt erneut. Dies führt zu einer wiederholten Kompression des Gases und der Zyklus beginnt von vorn. In einigen äußeren Zonen kann durch den  $\kappa$ -Mechanismus der Strahlungsverlust überkompensiert werden, was netto als Antrieb wirkt.

Die Grundvoraussetzung für den  $\kappa$ -Mechanismus ist ein Anstieg der Opazität mit der Temperatur und der Dichte. Dieser Zustand ist häufig in den äußeren (teilweise) ionisierten Schichten von Sternen gegeben. Rein qualitativ lässt sich der Mechanismus mit einem Überdruckventil anschaulich vergleichen.

Des Weiteren kann ein Antrieb auch durch den sogenannten  $\epsilon$ -Mechanismus erfolgen. Er beruht auf der Annahme, dass die Kompression durch eine äußere Störung zu einem Anstieg der Energieproduktionsrate führt. Dieser Mechanismus ist normalerweise auf die inneren Gebiete eines Sterns beschränkt und wirkt nur dort wo Energie durch Fusion erzeugt wird. Da zudem noch die erwarteten Amplituden sehr gering sind, ist er bisher nicht nachgewiesen worden.

Ebenfalls denkbar sind stochastisch angeregte Pulsationen, wie sie bereits in der Sonne beobachtet wurden. In solchen kalten Sternen erreicht die konvektive Bewegung nahe der Sternoberfläche anähernd Schallgeschwindigkeit. Diese schnelle turbulente Bewegung ist die Ursache für die Anregung von Schwingungsmoden. Durch ihre stochastische Anregung gehorcht ihr Power Spektrum einer Lorentzverteilung um die angeregte Frequenz. Zusätzlich sind solche Schwingungen nur in kurzen Zeiträumen nachgewiesen und auch deshalb nicht mit stabilen Moden zu vergleichen.

Abschließend bleibt zu sagen, dass als einzig nachgewiesener und brauchbarer Antrieb für Pulsationen wie PG1605+072 sie zeigt, bisher nur der  $\kappa$ -Mechanismus in Frage kommt, auch wenn die Frage nach seinem Zustandekommen lange Zeit unbeantwortet blieb. Ende der Neunziger Jahre schlugen Charpinet et al. (1997) vor, dass ein lokaler Anstieg der Opazität („opacity-bump“), verursacht durch eine Überhäufigkeit von Eisen, für den Antrieb verantwortlich sein könnte. Ein Diffusionsprozess kann einen solchen „Fe-bump“ hervorrufen. Damit scheint die Antriebsfrage geklärt.

Im folgenden Abschnitt sollen die Eigenschaften der nichtradialen Pulsationen eines Sterns genauer betrachtet werden.

## 2.4 Die Familie der Moden

In der Astroseismologie unterscheidet man hauptsächlich zwei Arten von Pulsationen. Je nach Rückstellkraft, werden sie als p-, oder g-Moden bezeichnet.

Bei p-moden wird die Schwingung durch einen Druckgradienten stabilisiert. Es handelt sich also bei solchen Moden um die Überlagerung von propagierenden akustischen Wellen im Innern eines Sterns. Diese Schallwellen oszillieren zwischen der Oberfläche des Sterns und einem Umkehrpunkt  $r_t$  in seinem Innern. Wie weit dieser Umkehrpunkt vom Zentrum des Sterns entfernt liegt, hängt von dem Parameter  $l$  ab. Je größer  $l$  um so weiter ist er vom Zentrum entfernt. Die Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeit im Innern des Sterns vom Abstand zum Zentrum ist in adiabatischer linearer Theorie gegeben durch

$$S_l^2 = \frac{l(l+1)c^2}{r^2} = k_h^2 c^2 \quad (2.17)$$

(Christensen-Dalsgaard, 2003), wobei  $S_l$  die charakteristische akustische Frequenz und  $c^2$  das Quadrat der Schallgeschwindigkeit ist.

Der Umkehrpunkt der Welle mit der Frequenz  $\omega$  befindet sich dort wo  $S_l(r_t) = \omega$  gilt; d.h. wenn man die Eigenfrequenz als charakteristische Frequenz wählt. Eingesetzt in Gleichung 2.17 erhält man die Beziehung

$$\frac{c^2(r_t)}{r_t^2} = \frac{\omega^2}{l(l+1)} \quad (2.18)$$

für den Umkehrpunkt. Nach Gleichung 2.17 breitet sich die Welle im Inneren des Sterns mit höherer Geschwindigkeit aus, da dort die Schallgeschwindigkeit höher ist als weiter außen. Die Welle wird sozusagen verbogen, und läuft deshalb auf einer Kurve. Am Umkehrpunkt propagiert die Welle daher senkrecht zum Radius, um kurz danach wieder zur Oberfläche zurückzukehren. Anschaulich ist dieses Verhalten in Abbildung 2.2 dargestellt. Daraus wird deutlich, dass Pulsationen mit kleinem  $l$  sehr weit in das Innere des Sterns vordringen. Im Fall unserer Sonne sind sie in der Lage die äußeren Gebiete, in denen die Energie durch Konvektion transportiert wird, hinter sich zu lassen. Schließlich propagieren sie im radiativen Kerngebiet weiter, bis sie zum Umkehrpunkt gelangen. Demnach durchlaufen radiale Moden also den gesamten Stern. Für den Parameter  $l \gtrsim 40$  ist die Mode im Konvektionsbereich gefangen. Da subdwarf B-Sterne im Gegensatz zur Sonne eine radiative Hülle und einen teilweise konvektiven Kern besitzen, sind solche Moden mit hohem  $l$  geeignet um die radiativen Bereiche zu untersuchen. Über die Periodendauer lässt sich sagen: je größer die Ordnung der Mode  $l$ , um so kleiner wird die Periodendauer. Allgemein liegen die Perioden von p-Moden typischerweise bei

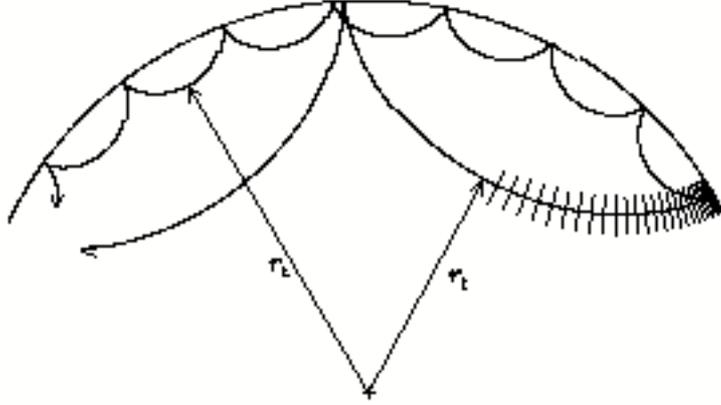


Abbildung 2.2: Die Abbildung veranschaulicht die Ausbreitung akustischer Wellen in Sternen. Die Moden  $l = 30$  (tiefgehende Welle) und  $l = 100$  werden dargestellt, wobei die senkrechten Striche die propagierenden Wellenfronten darstellen. Quelle: Christensen-Dalsgaard, 2003

einigen Minuten (siehe Auswertung). Für den sogenannten asymptotischen Grenzfall  $n \gg l$ , d.h. hohe radiale Ordnung und niedrige Modenordnung  $l$ , lassen sich aus diesen Parametern direkte Aussagen über die Pulsationsfrequenzen treffen. In dieser Näherung gilt:

$$\nu_{nl} = \Delta\nu_0 \left( n + \frac{l}{2} + \epsilon \right) - \frac{AL^2 - \eta}{(n + l/2 + \epsilon)} \quad (2.19)$$

(Tassoul, 1980). Dabei ist  $L^2 = l(l+1)$ , die anderen Parameter  $\Delta\nu_0$ ,  $A$ ,  $\epsilon$  und  $\eta$  beschreiben den inneren Sternaufbau. Die mittlere Dichte des Sterns steckt dabei in  $\Delta\nu_0$ , wohingegen die Parameter  $A$  und  $\eta$  die Struktur des Kernbereichs beschreiben. Bei den Moden mit großem  $l$  kann der zweite Term vernachlässigt werden. In diesem Fall folgt aus Gleichung 2.19, dass die Moden bei festem  $n$  äquidistant im Frequenzspektrum verteilt sind.

Die bisherigen Beobachtungen von Pulsationen der Sonne, werden sehr genau durch diese Näherung beschrieben. Allerdings liegt das daran, dass in der Sonne als Scheibe auch Moden mit großem  $l$  aufgelöst werden können. Andere Sterne jedoch, stellen für uns aufgrund ihrer enormen Entfernung eine Punktquelle dar. Mittelt man nun über die Sternscheibe, dann gibt es mit zunehmendem  $l$  stärkere Auslöschungseffekte. Dies hat zur Folge, dass

Moden mit hohem  $l$  nur noch sehr kleine Amplituden produzieren und daher nicht nachweisbar sind.

Ein weiterer Modentyp sind die sogenannten g-Moden; sie werden als eine Art Gravitationswellen interpretiert und spielen in der Sonnenforschung eine wichtige Rolle. Als rücktreibende Kraft fungiert dabei, wie z.B. bei Wasserwellen, die Schwerkraft. Sie haben niedrigere Frequenzen als p-Moden, sollten nur im Inneren der Sonne propagieren und erreichen deshalb nicht die Konvektionszone. Der erste Umkehrpunkt befindet sich nahe am Zentrum des Sterns, der zweite in der radiativen Zone des Sterns. Sie sind sehr gut zur Erforschung des radiativen Kerns der Sonne verwendbar; denn je größer die Frequenz desto weiter im Zentrum sind sie eingeschlossen. Allerdings erreichen sie ihre maximale Amplitude tief im Inneren des Sterns und sind in der Atmosphäre sehr schwer nachzuweisen. Aus diesem Grund ist es bis heute nicht gelungen die Existenz von g-Moden in der Sonne nachzuweisen. Die Lebensdauer von Moden niedriger Ordnung  $n$  kann bis zu  $\sim 10^6$  Jahre betragen, da sie so tief im Innern weniger Dämpfung durch Störungen erfahren. Die Dämpfung solcher Moden ist  $\sim n^2$ , deshalb beträgt die Lebensdauer bei Moden mit höherer Ordnung  $\sim 10^3$  Jahre. Für ihre Pulsationsperioden in der asymptotischen Näherung  $n \gg l$  gilt die Relation

$$P_{nl} = \frac{P_0}{2\sqrt{l(l+1)}}(2n + l - \delta) , \quad (2.20)$$

wobei

$$P_0 = \frac{2\pi^2}{\int_0^{r_o} dr \frac{N_B}{r}} \approx 2160s \quad (2.21)$$

(Unno et al., 1989).  $N_B$  ist die Brunt-Väisälä(BV)-Frequenz,  $r_o$  ist der obere Umkehrpunkt der Welle und  $\delta \approx 5/6$ . Die BV-Frequenz ist die entscheidende Größe um p-Moden von g-Moden zu unterscheiden. Genau wie bei den p-Moden sind auch hier Moden mit gleichem  $l$  a priori ununterscheidbar. Da aber zusätzlich, wie bei den meisten Sternen, Rotation als Störung auftritt, spalten die Energieniveaus äquidistant auf. Dies führt mit Hilfe der linearen Störungsrechnung zu einer ebenfalls äquidistanten Verteilung von Moden mit gleichem  $l$  aber verschiedenem  $m$  im Frequenzspektrum.

Bei sehr heißen Sternen, wie den Sternen auf dem EHB, lassen sich drei Typen von Pulsatoren unterscheiden: viele weisen langperiodische ( $P \geq 10min$ ) Moden auf, die sich als g-Moden interpretieren lassen. Weiterhin wurden bei sdB-Sternen sowohl kurzperiodische p-Moden niedriger Ordnung, wie auch langperiodische g-Moden hoher Ordnung gefunden (S.Schuh et al., 2005). Da verschiedenartige Moden Rückschlüsse auf unterschiedliche Bereiche im

Stern zulassen, birgt ihre Beobachtung ein enormes Potential.

Den dritten Typ nennt man fundamental-Mode oder schlicht f-Mode. Sie besitzt keinen radialen Knotenpunkt (d.h.  $n = 0$ ) und ihre Frequenz liegt zwischen den p- und g-Moden. Deshalb werden sie als Gravitationswellen auf der Oberfläche eines Sterns interpretiert; es handelt sich also um p-Moden mit  $n = 0$ . Der Frequenzverlauf der f-Mode in Abhängigkeit von  $l$  stellt jedoch die Verbindung zwischen den p-Moden-Frequenzen und den g-Moden-Frequenzen dar. Deshalb taucht in der Literatur immer wieder der Begriff f-Mode auf; im Folgenden soll auf diese Unterscheidung allerdings verzichtet werden.

## 2.5 Asteroseismologie der unterleuchtkräftigen B-Sterne

Im folgenden Abschnitt soll nun der Stand der Forschung bezüglich der Gruppe der pulsierenden subdwarf B-Sterne erläutert werden. Nach der Entdeckung der ersten pulsierenden sdB's gewann diese Unterklasse der Veränderlichen sehr schnell an Bedeutung und wurde seither immer wieder das Objekt zahlreicher Untersuchungen.

Am Anfang stand die Entdeckung, dass Modelle von sdB's unter bestimmten Bedingungen instabil wurden und sowohl radiale als auch nichtradiale Schwingungen aufwiesen (Charpinet et al. 1996). Dafür waren eine solare Metallizität, Temperaturen unterhalb  $30000K$  und  $\log(g) \leq 5.7$ , allerdings in Abhängigkeit der Metallizität, nötig. Gleichzeitig und unabhängig voneinander kam es zur Beobachtung des ersten pulsierenden subdwarf B-Sterns EC 14026-2647 durch Kilkenny et al. (1997). Von diesem Zeitpunkt an wurde die Klasse der kurzperiodischen sdB Veränderlichen (im weiteren als sdBV's bezeichnet) als EC14026 Sterne (teilweise auch V631 Hya Variable) benannt. In der Folge wurden noch weitere kurzperiodische sdBV's gefunden; unter anderem EC10228-0905, bei dem die auftretenden Moden erstmals als nicht-radiale p-Moden identifiziert wurden (Stobie et al., 1997). Eine Lichtkurve für einen monoperiodisch pulsierenden sdB-Stern wird in Abbildung 2.3 gezeigt. Da nur eine Schwingung vorhanden ist, sieht die Lichtkurve in diesem Fall nahezu sinusoidal aus. Treten jedoch mehrere Moden gleichzeitig auf, wird die Lichtkurve deutlich komplizierter. In Abbildung 2.4 ist eine Lichtkurve für HS0039+4302 dargestellt. Deutlich zu sehen sind ebenfalls die Schwe-

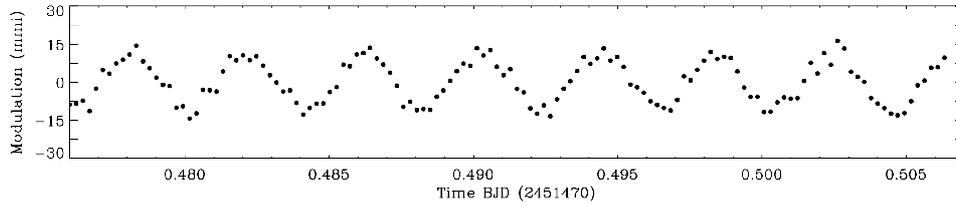


Abbildung 2.3: Gezeigt wird eine Lichtkurve des pulsierenden sdB's HS2201+2610. Er besitzt nur eine Mode mit einer Periode von 350s bei einer Helligkeitsschwankung von  $11\text{mmag}$ . Quelle: Østensen et al., 2001a.

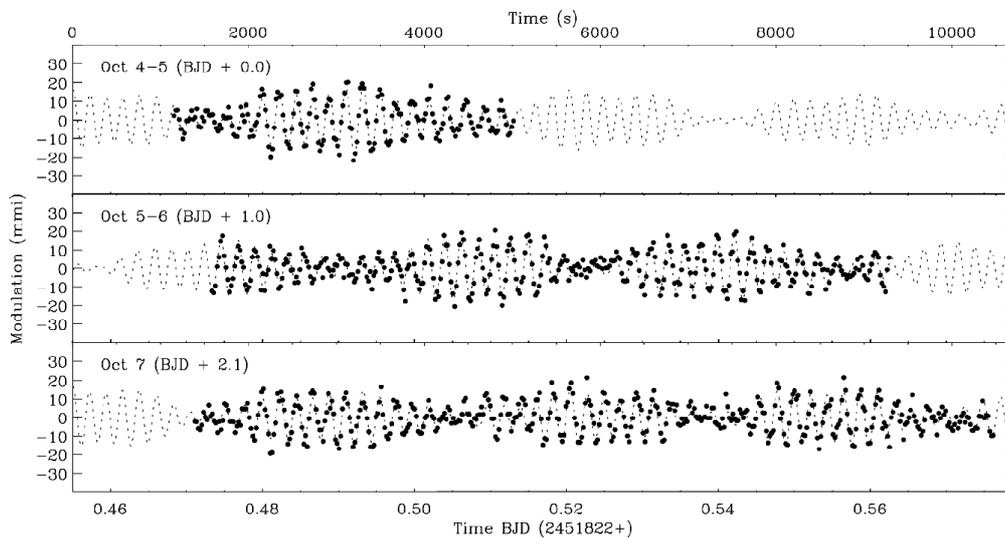


Abbildung 2.4: Es werden synthetische Lichtkurven des pulsierenden sdB's HS0039+4302 zusammen mit den Messpunkten gezeigt. Mit Hilfe einer Fourier-Analyse konnten 4 verschiedene nichtradiale Moden zwischen 182s und 234s nachgewiesen werden. Seine Helligkeitsschwankungen betragen bis zu  $8\text{mmag}$ . Quelle: Østensen et al., 2001b.

bungsmuster in den Lichtkurven. Neben diesen Sternen mit nur wenigen und schwachen Pulsationen wurden auch wesentlich komplexere Sterne wie PG1605+072 untersucht. Er zeigt eine Vielzahl von Moden, darunter auch eine der stärksten je beobachteten (O'Toole et al. 2000). Bis heute sind insgesamt ca. 30 solcher kurzperiodischer sdBV's bekannt. Sie bevölkern den heißen Teil des EHB. Einige sdBV's zeigen bis zu  $\sim 50$  Perioden, wobei es meist einige wenige starke (bis zu  $15\text{km s}^{-1}$  Radialgeschwindigkeit bei PG1605) und

sehr viele schwache Moden gibt. Ihre Perioden liegen normalerweise zwischen  $100s$  und einigen Minuten. Einen Überblick über die pulsierenden subdwarf B-Sterne mit ihren Eigenschaften liefert zum Beispiel Charpinet (2001).

Neben diesen kurzperiodischen wurden auch langperiodische (45min-2hrs) Schwingungen in Sternen entdeckt (Green et al., 2003). Sie werden als g-Moden hoher Ordnung identifiziert (siehe Abschnitt 2.4) und treten bei Sternen auf, die etwas kälter als reine p-Moden Sterne sind. Solche Sterne werden als „long period subdwarf B“ - (im Folgenden lpsdBV's) oder Betsy-Sterne bezeichnet. Diese Unterscheidung wurde ebenfalls bereits in Abbildung 1.5 berücksichtigt. Die Zahl der bekannten lpsdB-Variablen liegt heutzutage bei  $\sim 30$ ; sie besetzen den kühleren Teil des EHB. Zwischen  $28000K \lesssim T_{eff} \lesssim 30000K$  überschneiden sich die Instabilitätsgebiete der langperiodischen lpsdBV's und der kurzperiodischen sdBV's. Deshalb wurde vermutet, dass in diesem Übergangsbereich Hybrid Pulsatoren existieren, die beide Schwingungsarten aufweisen. Die Positionen der pulsierenden sdB-Sterne im  $T_{eff}$ - $\log g$  Diagramm sind in Abbildung 2.5 dargestellt. In der Abbildung sind ebenfalls die Entwicklungswege auf dem EHB, d.h. vom „Zero Age Extreme Horizontal Branch“ (ZAEHB) zum „Terminal Age Extreme Horizontal Branch“ (TAEHB) und darüber hinaus eingezeichnet. In diesem Diagramm wird die Sonderstellung von PG1605 besonders deutlich;

Als Antriebsmechanismus für diese sdB-Pulsatoren schlugen Charpinet et al. (1997) einen  $\kappa$ -Mechanismus aufgrund des sogenannten „iron bump“ vor (siehe Abschnitt 2.3). Damit ist der lokale Anstieg der Eisenhäufigkeit in der dünnen Wassertoff-Hülle des sdB's gemeint, welcher zu einem Anstieg der Opazität führt. Dabei ist es wichtig das diffusive Gleichgewicht zwischen der Sedimentation durch die Gravitation und dem radiativen Aufstieg der Teilchen in der Sternhülle zu beachten.

An dieser Stelle sei besonders darauf hingewiesen, dass seit der Entdeckung der lpsdB Variablen, besonders nach Hybrid Pulsatoren gesucht wurde. Aufgrund der Überlappung der beiden Instabilitätsgebiete lag die Vermutung nahe, dass es solche Sterne geben muss. Schließlich fanden Dreizler et al. (2002) kurzperiodische p-Moden beim sdB HS0702+6043, der sich am kühlen Ende des sdBV Bereichs befindet. Schuh et al. (2005) wiesen anschließend auch die Existenz mindestens einer langperiodischen g-Mode nach. Damit kann man HS0702 als Prototyp einer neuen Klasse von Hybrid Pulsatoren bezeichnen. Besonders interessant sind solche Sterne, da sich mit Hilfe der verschiedenen Moden unterschiedliche Bereiche des Sterns analysieren lassen (siehe Abschnitt 2.4). Dies soll zu einem besseren Verständnis der sdB-Sterne, als wichtiges Stadium der Sternentwicklung, beitragen. Mittlerweile gibt es auch noch weitere Kandidaten für Hybrid Pulsatoren wie zum Beispiel

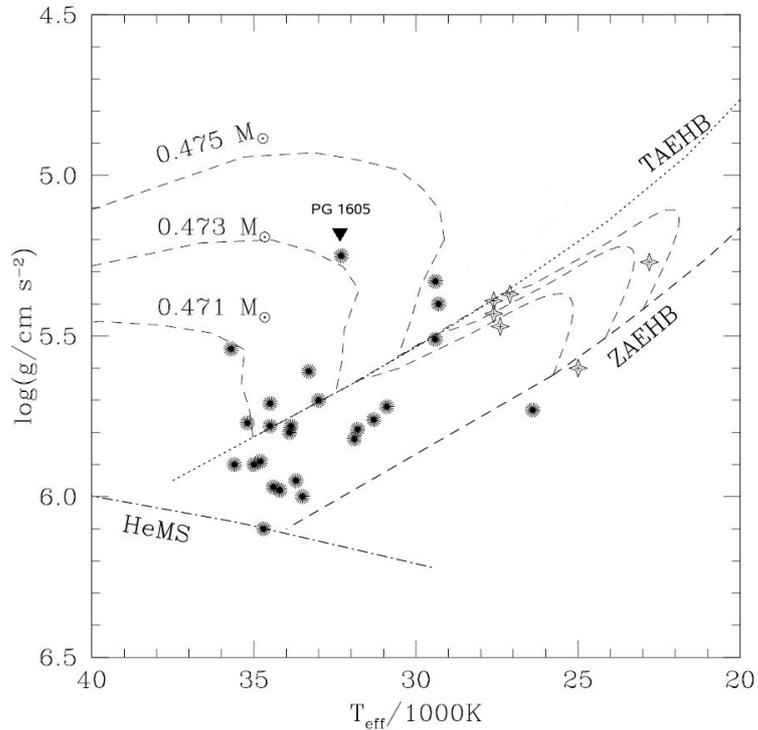


Abbildung 2.5: Die Abbildung zeigt die Positionen der bis 2005 veröffentlichten kurzperiodischen sdB-Sterne im  $T_{eff}$ - $\log(g)$  Diagramm. Die Sterne kennzeichnen die p-Moden und die Pluszeichen die g-Moden Pulsatoren. Des Weiteren sind Entwicklungswege auf dem und vom EHB weg als gestrichelte Linie eingezeichnet (Dorman et al., 1993). Quelle: Schuh et al., 2005.

Balloon090100001.

Der hier untersuchte PG1605+072 gehört zur den kurzperiodischen sdBV's; seine Eigenschaften anhand der bisherigen Untersuchungen werden detailliert im Kapitel 3 dargestellt werden.

## 2.6 Modelle der Sternatmosphären

Als Abschluss der Grundlagen soll in diesem Kapitel zumindest kurz auf die Theorie der Sternatmosphären eingegangen werden. Dieses Gebiet ist von sehr großer Bedeutung, da es nur mit synthetischen Sternatmosphären möglich ist, aus einem Spektrum mittels eines Fits die Zustandsgrößen eines

Sterns zu erhalten. Die Linien in den gemessenen Spektren sind Absorptionslinien und entstehen daher nicht im Inneren des Sterns, sondern in seiner Atmosphäre. Deren Eigenschaften beeinflussen direkt die Entstehung der Linien, die man anhand von Modellatmosphären und -spektren beschreiben will. Solche Modellspektren für verschiedene Zustandsgrößen (Temperatur,  $\log g$  etc.), fasst man zu Gittern zusammen. Da in der Auswertung der Daten (Kapitel 3) verschiedene Arten von Gittern verwendet werden, sollen nun die Eigenschaften der zwei wichtigsten Typen näher erläutert werden. Zunächst nimmt man an, dass ein Stern ein abgeschlossenes System darstellt. Dann befindet sich dieser Zustand im thermodynamischen Gleichgewicht (**T**hermodynamic **E**quilibrium) und ist durch drei Gleichungen bestimmt. Die erste ist die Maxwellverteilung; sie gibt die Wahrscheinlichkeit ein Teilchen der Masse  $m$  bei der Temperatur  $T$  in einem bestimmten Geschwindigkeitsintervall  $[v_i; v_i + dv_i]$  mit  $i=x,y,z$  zu finden an als

$$f(\vec{v}_{th})dv_xdv_ydv_z = \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m}{2k_B T}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)\right)dv_xdv_ydv_z, \quad (2.22)$$

wobei  $k_B$  die Boltzmann-Konstante ist.

Das Besetzungsverhältnis zweier beliebiger Energieniveaus  $n_u$  und  $n_l$  in der Einheit Anzahl pro  $cm^3$  innerhalb einer Ionisationsstufe beschreibt die Boltzmann-Formel, als

$$\frac{n_u}{n_l} = \frac{g_u}{g_l} \exp\left(-\frac{E_u - E_l}{k_B T}\right). \quad (2.23)$$

Dabei steht der Index  $u$  für einen oberen und  $l$  für einen unteren Zustand. Das statistische Gewicht  $g$  entspricht dem Entartungsgrad, also der zur Verfügung stehenden Anzahl an Möglichkeiten zur Verteilung eines Niveaus. Die möglichen Übergänge der Elektronen werden durch quantenmechanische Regeln bestimmt, wie zum Beispiel das Pauli Prinzip, welches zwei Elektronen verbietet sich im gleichen Zustand zu befinden.

Eine Folgerung aus den ersten beiden Gleichungen, stellt der Kirchhoffsche Satz

$$\frac{\varepsilon_\nu}{\kappa_\nu} = B_\nu(T) \quad (2.24)$$

dar, wobei

$$B_\nu(T)d\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu/k_B T) - 1} d\nu \quad (2.25)$$

die Planck-Funktion darstellt.  $\varepsilon_\nu$  bezeichnet den Emissions- und  $\kappa_\nu$  den Absorptionskoeffizient. Außerdem ist  $\nu$  die Frequenz,  $h$  die Plack-Konstante und  $c$  die Lichtgeschwindigkeit. Damit besagt der Kirchhoffsche Satz, dass im TE

das Verhältnis von Emissions- und Absorptionskoeffizient nur von der Temperatur abhängt (nicht von chem. Zusammensetzung, Ort, Dichte etc.).

Die letzte wichtige Gleichung, die Saha-Gleichung, erhält man, wenn man in Gleichung 2.23 u.a. die Zustandssumme einsetzt. Sie beschreibt dann die Besetzungszahlverhältnisse zwischen zwei Stufen  $j$  und  $j + 1$  bei einer Elektronendichte  $n_e$  als

$$\frac{N_{j+1}}{N_j} = \frac{1}{n_e} 2 \left( \frac{2\pi m_e k_B T}{h^2} \right)^{3/2} \frac{U_{j+1}}{U_j} \exp \left( -\frac{E_{j,ION}}{k_B T} \right), \quad (2.26)$$

wobei  $N$  die Gesamtzahl von Atomen mit Ionisationsgrad  $j$  und  $E_{j,ION}$  die Ionisierungsenergie zwischen den Ionisationsstufen ist. Diese Gleichungen würden im TE genügen um den Stern zu beschreiben.

Leider ist ein Stern aber kein abgeschlossenes System, sondern strahlt Energie ab. Aus diesem Grund ist die Annahme des TE nicht gerechtfertigt, die Theorie muss modifiziert werden und man gelangt zum Lokalen Thermodynamischen Gleichgewicht (**L**ocal **T**hermodynamic **E**quilibrium). Das LTE beruht auf der vereinfachenden Annahme, dass sich beliebige Volumenelemente in der Sternatmosphäre nur lokal im thermodynamischen Gleichgewicht befinden. Die Gleichungen 2.22 bis 2.26 gelten dann für jedes dieser Elemente separat. Das LTE stellt sich aufgrund von Stößen der Atome oder Ionen mit den freien Elektronen im Plasma ein, wobei jedesmal ein Energieübertrag stattfindet. Die Geschwindigkeit der Teilchen wird auch hier durch die Maxwell-Boltzmann Verteilung beschrieben, d.h. je höher die Temperatur, umso mehr Teilchen haben eine größere kinetische Energie. Durch Stöße können die Atome bzw. Ionen zu höheren Quantenzuständen angeregt werden, was demnach bei höherer Temperatur immer häufiger vorkommt. Die zweite Möglichkeit Energie zu übertragen ist, durch Absorption oder Emission von Photonen. Durch bestimmte Übergänge der Elektronen in den Atomen bzw. Ionen zwischen den erlaubten Quantenzuständen entstehen die entsprechenden Linien im Spektrum. Zusätzlich sind im LTE Modell Streuprozesse, wie die Compton-Streuung oder die Rayleigh-Streuung berücksichtigt.

Falls Photonen die Stoßprozesse dominieren, wird die LTE Näherung jedoch ungültig, da sie eine weitere Strecke als die Elektronen „überbrücken“ können. In diesem Fall benötigt man eine NLTE Näherung. Dabei wird die Annahme, dass jedes Volumenelement ein abgeschlossenes System ist, fallengelassen, d.h. die Wechselwirkung der Volumenelemente durch Photonen wird berücksichtigt. Diese Wechselwirkung ist besonders ausgeprägt, wenn die Rate der Photonenabsorptionen sehr viel größer als die der Stoßprozesse der Elektronen ist und damit das Gleichgewicht stark gestört ist. Da die Photonenanzahl mit steigender Temperatur wächst, ist das NLTE Modell besonders bei hohen

Temperaturen zu verwenden. Die Rate der Elektronenstoßprozesse pro Volumen und Zeit ist stark von der Teilchendichte der Elektronen abhängig ( $\propto n_e^2$ ). Daher benötigt man das NLTE Modell ebenfalls besonders bei kleinen Dichten. Die zentrale Annahme des NLTE ist die Stationarität. Man fordert also, dass die Besetzungsdichten  $n$  eines Niveaus  $i$  zeitunabhängig sind, d.h.

$$\frac{dn_i}{dt} = 0 \quad (2.27)$$

bestimmt ein statistisches Gleichgewicht. Man führt sogenannte Ratenkoeffizienten ein und stellt mit der Annahme, dass die Rate der Übergänge aus einem Niveau gleich der Rate der Übergänge in ein Niveau ist, Bilanzgleichungen auf. Diese bilden ein lineares Gleichungssystem, welches mit der Randbedingung der Teilchenzahlerhaltung numerisch lösbar ist.

Da nun die Grundlagen für die weitere Arbeit ausreichend erläutert wurden, sollen im nächsten Kapitel die Beobachtungen und die Art und Weise der Datenreduktion vorgestellt werden.



# Kapitel 3

## Beobachtungen und Datenreduktion

### 3.1 Der subdwarf B-Stern PG1605+072

Entdeckt wurde der sdB-Stern PG1605+072 im Rahmen des „The Palomar-Green Catalog of Ultraviolet Excess Stellar Objects“ durch Green et al. (1986). Mit einer scheinbaren Helligkeit von  $M_v = 12.8$  ist er ein relativ helles Objekt und deshalb gut für zeitaufgelöste Spektroskopie mit kurzen Belichtungszeiten geeignet. Seine starke Variabilität ( $\sim 0.25mag$ ) wurde erstmals durch Koen et al. (1998) entdeckt. Gleichzeitig fand er auf diese Art neben der sehr starken Hauptmode bei  $\sim 480s$  bereits über 20 weitere Moden. Deshalb wurde er fortan der Klasse der EC14026 Sterne zugeordnet. Eine erste zweiwöchige „Multi-Site“-Kampagne wurde von Kilkenny et al. (1999) durchgeführt, bei der  $\sim 180$  Stunden Photometriedaten erhalten wurden. Die Analyse ergab eine sehr starke Hauptperiode bei  $481.75s$  und vier weitere dominante Perioden im Bereich zwischen  $365s - 529s$ . Weiterhin wurde eine bis dahin ungeahnte Vielzahl von über 50 weiteren schwachen Moden entdeckt. Die ersten angepassten Modelle stammen von Kawaler (1999). Mit ihrer Hilfe konnten theoretische Perioden für fünf Moden berechnet werden, die sehr genau mit den beobachteten übereinstimmen. Diese Modelle besitzen eine Masse von  $0.474M_\odot$  mit einer Hüllenmasse von  $0.004M_\odot$ , bei einer Effektivtemperatur von  $31500K$  und einem  $\log(g)$  von 5.33. Die beobachtete nahezu symmetrische Aufspaltung der vorhergesagten theoretischen Mode mit  $n = 7$  und  $m = \pm 1$  impliziert eine sehr hohe (äquatoriale) Rotationsgeschwindigkeit von  $\sim 130kms^{-1}$ . Heber et al. (1999) konnten die projizierte Rotationsgeschwindigkeit  $v \sin(i)$  durch die Linienverbreiterung auf  $39kms^{-1}$  bestimmen. Auf diese Weise lässt sich ein Inklinationswinkel berechnen, mit

dessen Hilfe die Modellierung von Linienprofilvariationen erst möglich wird (siehe Kapitel 5).

Die aus den Modellen von Kawaler bestimmten Zustandsgrößen stimmen sehr gut mit den durch Koen et al. (1998) beobachteten überein ( $T_{eff} = 32000K, \log g = 5.25dex$ ). Hier sei nochmals auf die besondere Lage von PG1605 in Abbildung 2.5 hingewiesen; er ist der einzige bekannte Stern, der sich bereits deutlich vom EHB entfernt hat. Zudem wird er aufgrund seiner hohen Rotationsgeschwindigkeit zu einem sehr schnell rotierenden weißen Zwerg werden, was seine Außergewöhnlichkeit noch unterstreicht.

Neben den Schwankungen in der Intensität lassen sich bei PG1605, wie O’Toole et al. (2000) erstmals zeigten, ebenfalls Radialgeschwindigkeiten nachweisen. Durch eine längere Messreihe war es anschließend möglich sieben Moden in der Radialgeschwindigkeitskurve nachzuweisen (O’Toole et al., 2002). Die Radialgeschwindigkeitskurve von O’Toole et al. wird in Abbildung 3.1 gezeigt. Bemerkenswert ist, dass bei den photometrischen Beobachtungen 1998 (Kilkenny et al., 1999), und den spektroskopischen 2000 (O’Toole et al., 2002) und 2001 (Falter et al., 2003) jeweils unterschiedliche Amplitudenverhältnisse bzw. Radialgeschwindigkeitsvariationen festgestellt wurden. Diese Tatsache zeigt, dass die Pulsationsamplituden von PG1605 auf einer Zeitskala von etwa einem Jahr stark variieren können - also keinesfalls langzeitstabil sein müssen.

## 3.2 Die MSST-Kampagne

Die Daten, auf die sich diese Arbeit stützt, stammen aus der “Multi Site Spectroscopic Telescope“ Kampagne, die im Mai und Juni 2002 stattfand (Heber et al., 2003). Dabei beobachteten mehrere Teleskope im selben Zeitraum den unterleuchtkräftigen sdB-Stern PG1605+072. Bereits bei ersten Auswertungen der Daten mit Hilfe einer Radialgeschwindigkeitsmethode wies der Stern eine Vielzahl von Moden auf (O’Toole et al. 2005). Dabei wurden Radialgeschwindigkeiten für jedes einzelne Spektrum gemessen. Eine der daraus entstandenen RV-Kurven ist in Abbildung 3.2 zu sehen. Anschließend wurden aus dem zugehörigen Powerspektrum, zu sehen in Abbildung 3.3, mittels eines „Prewhitening“-Verfahrens die einzelnen Moden detektiert.

Die MSST-Kampagne bestand aus einem Photometrie Teil und einem Spektroskopie Teil an 2m Teleskopen auf den sich diese Arbeit bezieht. Es nahmen vier Observatorien mit vergleichbaren optischen 2m Teleskopen teil: das Steward Observatory auf dem Kitt Peak/Arizona mit ihrem 2.3m “Bok Telesco-

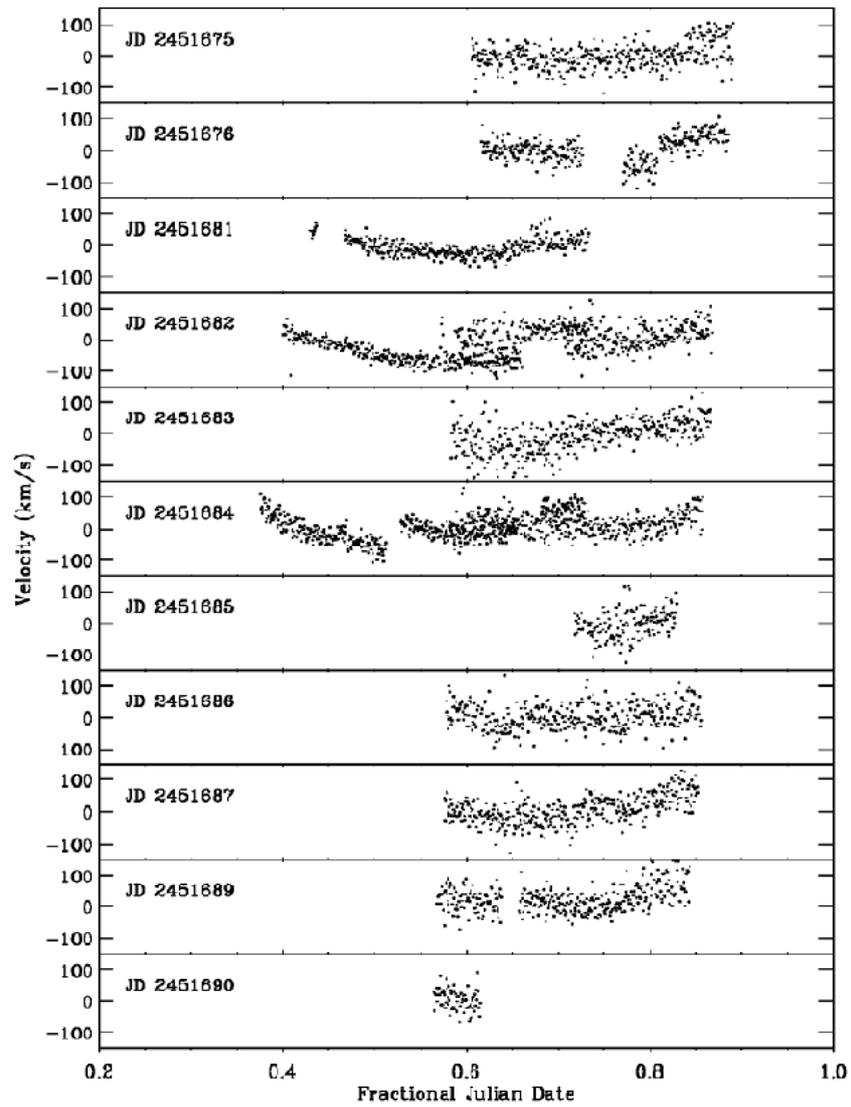


Abbildung 3.1: Gezeigt wird die Radialgeschwindigkeitskurve der  $H\gamma$  Linie bei  $4349,46 \text{ \AA}$  von PG1605+072. Quelle: O'Toole et al., 2002.

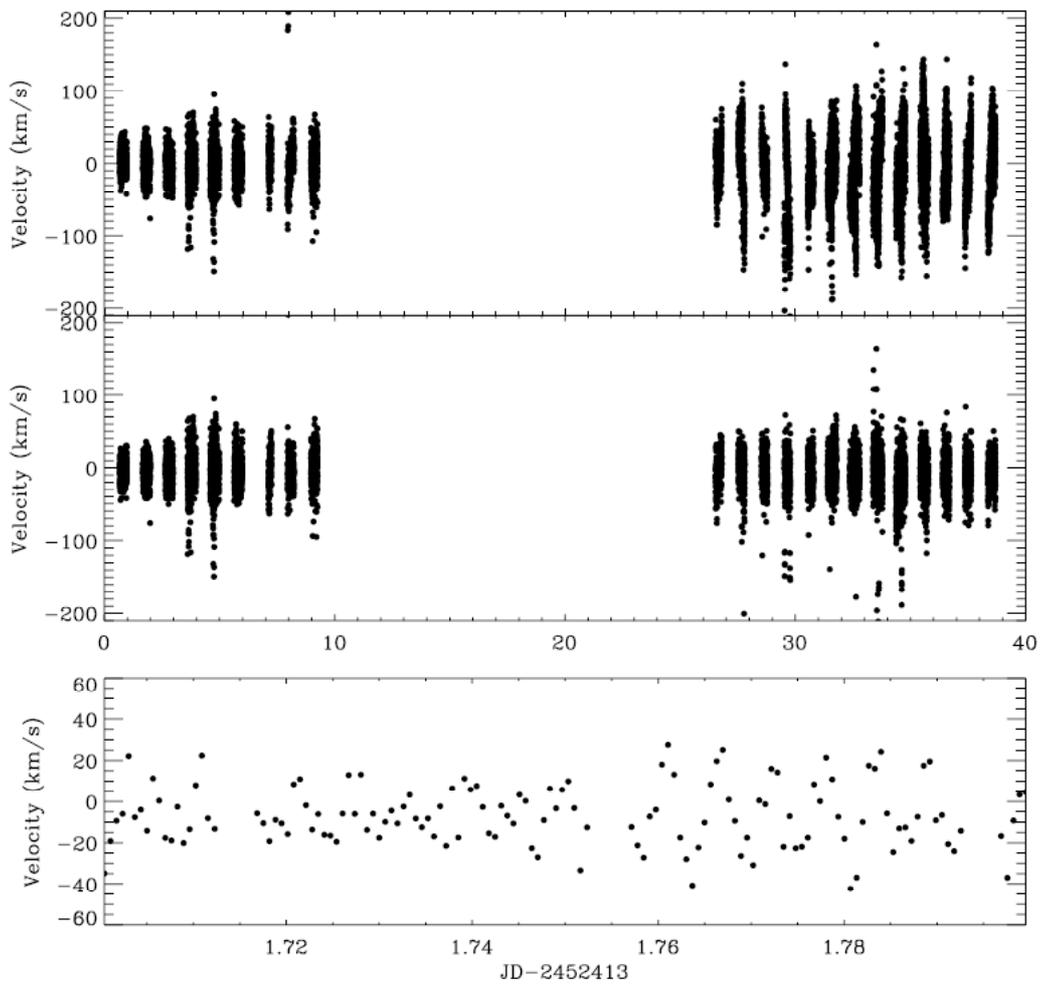


Abbildung 3.2: Gezeigt wird die Radialgeschwindigkeitskurve von PG1605+072. In den oberen beiden Diagrammen werden alle Messpunkte gezeigt vor (oben) und nach (mitte) der „slow trend“ Korrektur. Im unteren Diagramm ist ein Ausschnitt der gesamten RV-Kurve vergrößert zu sehen. Quelle: O’Toole et al., 2005.

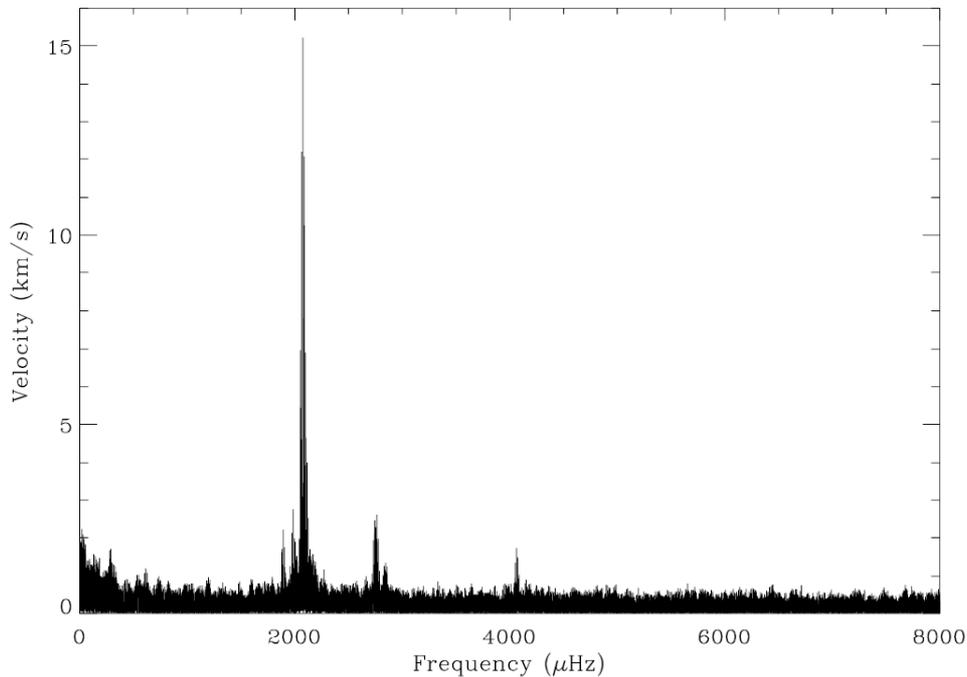


Abbildung 3.3: Das aus der 2m Spektroskopie gewonnene Powerspektrum der Radialgeschwindigkeitskurve von PG1605+072. Quelle: O’Toole et al., 2005.

pe“ (6 Nächte Beobachtungszeit), das European Southern Observatory in La Silla/Chile mit dem “Danish 1.54m“ Teleskop (8 Nächte ESO und 10 Nächte dänische Beobachtungszeit), das Siding Spring Observatory in New South Wales/Australia mit dem 2.3m “Advanced Technology Telescope“ (3 Nächte Beobachtungszeit) und das 2.5m “Nordic Optical Telescope“ auf La Palma (8 Nächte Beobachtungszeit). Daneben wurden auch einige höher aufgelöste Spektren am 4m-Teleskop aufgenommen. Der erste Beobachtungszeitraum dauerte vom 19.-27.05.2002, der zweite startete etwa 2 Wochen später und dauerte vom 13.-25.06.2002. Insgesamt entstanden so 10802 Einzelspektren, wobei die exakten Beobachtungszeiten der einzelnen Observatorien in Tabelle 3.1 dargestellt sind. Insgesamt beträgt die Zeitbasis dieser Beobachtung 151 Stunden, weshalb sie den mit Abstand umfangreichsten spektroskopischen Datensatz zu PG1605+072 darstellt.

| UT Datum     | Wo  | UT Start | UT Ende | # Spektren |
|--------------|-----|----------|---------|------------|
| 19.05.2002   | SO  | 03:58    | 11:12   | 344        |
| 20.05.2002   | SO  | 04:04    | 11:40   | 434        |
| 21.05.2002   | SO  | 03:35    | 11:18   | 440        |
| 22.05.2002   | ESO | 02:30    | 08:43   | 315        |
| 22.05.2002   | SO  | 03:24    | 11:19   | 455        |
| 23.05.2002   | ESO | 02:15    | 08:35   | 348        |
| 23.05.2002   | SO  | 03:28    | 11:25   | 452        |
| 24.05.2002   | SO  | 03:16    | 11:29   | 470        |
| 25.05.2002   | SSO | 14:56    | 17:56   | 160        |
| 26.05.2002   | SSO | 10:43    | 17:15   | 360        |
| 27.05.2002   | SSO | 11:14    | 17:56   | 360        |
| 13.06.2002   | ESO | 00:54    | 07:11   | 202        |
| 14.06.2002   | ESO | 00:36    | 07:04   | 334        |
| 15.06.2002   | ESO | 00:44    | 06:51   | 340        |
| 16.06.2002   | ESO | 00:32    | 06:45   | 318        |
| 17.06.2002   | ESO | 03:56    | 06:50   | 334        |
| 18.06.2002   | NOT | 21:36    | 04:34   | 460        |
| 18.06.2002   | ESO | 00:32    | 06:48   | 317        |
| 19.06.2002   | NOT | 20:53    | 03:14   | 400        |
| 19.06.2002   | ESO | 00:36    | 06:43   | 326        |
| 20.06.2002   | NOT | 20:54    | 04:28   | 520        |
| 20.06.2002   | ESO | 00:24    | 06:39   | 333        |
| 21.06.2002   | NOT | 20:52    | 04:26   | 500        |
| 21.06.2002   | ESO | 01:38    | 06:20   | 260        |
| 22.06.2002   | NOT | 22:12    | 04:21   | 435        |
| 22.06.2002   | ESO | 00:27    | 06:31   | 326        |
| 23.06.2002   | NOT | 21:43    | 04:18   | 435        |
| 24.06.2002   | NOT | 20:48    | 03:09   | 430        |
| 25.06.2002   | NOT | 20:49    | 04:25   | 540        |
| <b>total</b> |     |          |         | 10892      |

Tabelle 3.1: Auflistung der genauen Beobachtungszeiten der MSST-Kampagne.  
SO = Steward Observatory; ESO = European Southern Observatory; SSO = Siding Spring Observatory; NOT = Nordic Optical Telescope

| Observatorium | D<br>(m)           | Gitter<br>(lines/mm) | Dispersion<br>( $\text{\AA}$ )/pix    | Blende<br>( $''$ ) | Auflösung<br>( $\text{\AA}$ ) |
|---------------|--------------------|----------------------|---------------------------------------|--------------------|-------------------------------|
| Steward/KPNO  | 2.3                | 832                  | 0.707                                 | 1.5                | 1.8                           |
| Siding Spring | 2.3                | 600                  | 1.1                                   | 2.0                | 2.2                           |
| Danish/ESO    | 1.54               | DFOSC#6              | 1.65                                  | 1.5                | 5.9                           |
| NOT           | 2.56               | ALFOSC#3             | 2.3                                   | 0.75               | 9.3                           |
|               |                    |                      |                                       |                    |                               |
| Observatorium | CCD Gröse<br>(pix) | binning              | $\lambda$ Bereich<br>( $\text{\AA}$ ) | $t_{exp}$<br>(s)   | $t_{dead}$<br>(s)             |
| Steward/KPNO  | 1200×800           | 1×3                  | 3686-4534                             | 45                 | 12                            |
| Siding Spring | 1752×532           | 1×1                  | 3647-5047                             | 45                 | 10                            |
| Danish/ESO    | 2K×4K              | 3×2                  | 3648-5147                             | 35/45              | 17                            |
| NOT           | 2K×2K              | 3×2                  | 3039-6669                             | 35                 | 17                            |

Tabelle 3.2: Spezifikationen der Beobachtungsaufbauten

Obwohl die Teleskope allesamt vergleichbar sind, erhält man, in Abhängigkeit des exakten Beobachtungsaufbaus der verschiedenen Observatorien, sehr unterschiedliche Arten von Einzelspektren (siehe Tabelle 3.2). Ausschlaggebend sind dabei die verschiedenen Wellenlängenbereiche und die unterschiedlichen spektralen Auflösungen.

## 3.3 Auswertung der Daten

### 3.3.1 Reduktion der Daten mit IRAF

Zur Bearbeitung der Spektren wurde die IRAF Software verwendet. Mit Hilfe des Pakets „onedspec“ aus der Sammlung „noao“ wurden die Daten weiter verarbeitet.

Da im weiteren Verlauf eine Mittelung der Spektren vorgenommen werden sollte, war es notwendig, dass sich die Linien alle bei den gleichen Wellenlängen befinden. Aus der Dopplerverschiebung der Linien wurden bereits im Vorfeld die Radialgeschwindigkeiten für alle Einzelspektren bestimmt. Mit Hilfe dieser Werte konnten die Spektren korrigiert werden, wozu die IRAF Routine „dopcor“ benutzt wurde.

Als nächster Schritt wurde mit Hilfe der Routine „continuum“, das Kontinuum angepasst. Dazu wurde ein Polynom neunter Ordnung auf das Spektrum gelegt. Dem Kontinuum wurde der Wert eins zugeordnet, so dass Absorptionslinien im Spektrum fortan einen Wert kleiner als eins haben.

Nun erfolgte noch eine Dispersionskorrektur, für die die Routine „dispcor“

verwendet wurde. Sie beseitigt das zeitliche Verlaufen von Signalen und macht die auftretenden Absorptionslinien schmaler.

Da sich die Daten bis zu diesem Zeitpunkt noch im unhandlichen \*.fits Format befanden wurde eine Konvertierung notwendig. Um die Daten weiter verwenden zu können, wurden sie mit Hilfe von „wspectext“ in einen normalen ASCII Zeichencode umgewandelt. Bei der Umwandlung der Daten wurde der Dateikopf, in dem der Status der Datei festgehalten war, der Einfachheit halber nicht berücksichtigt.

### 3.3.2 Die „phasebin“-Routine

#### Gewichtungskoeffizienten aus „standa“

Da sich atmosphärisches Seeing, Transparenz und Luftmasse im Laufe einer Nacht ändern, treten deutliche Qualitätsunterschiede bei einigen Spektren auf. Um dieses Problem zu beseitigen, wurde von Beginn an eine Gewichtung der Einzelspektren in Erwägung gezogen. Neben dem Zeitindex und der Radialgeschwindigkeit, stand zu jedem Spektrum auch ein Radialgeschwindigkeitsfehler zur Verfügung, der zunächst als Gewichtungsfaktor benutzt wurde. Bei genauerer Betrachtung stellte sich aber heraus, dass das Rauschen in den Spektren nicht immer mit dieser Größe korreliert ist.

Daher war es nötig für jedes Einzelspektrum das Signal-zu-Rauschverhältnis zu bestimmen. Dazu ermittelt die Routine „standa“, in einem linienfreien Bereich des Spektrums, der mindestens 100 Datenpunkte umfassen sollte, für jedes Spektrum den Erwartungswert und die Standardabweichung. Das Signal-zu-Rausch Verhältnis ist proportional zum Kehrwert der Standardabweichung, und daher als brauchbare Gewichtung für die „phasebin“-Routine zu benutzen. Diese Methode erhöhte die Qualität der aufaddierten Ausgabespektren, je nach Observatorium, um mehr als zehn Prozent. Sie kann also nur dazu benutzt werden, die relativen Schwankungen im Signal-zu-Rausch Verhältnis zu berücksichtigen. Die absoluten Unterschiede, erzeugt durch die verschiedenen Spezifikationen der Teleskope (siehe Abschnitt 3.1), bleiben davon unberührt, d.h. es können keine brauchbaren Rückschlüsse auf die Qualität der Daten, abhängig von ihrer Herkunft, gezogen werden. Deshalb wurden die Daten der einzelnen Observatorien zu Blöcken zusammengefasst und in der Folge auch blockweise ausgewertet.

Benutzt wurde dazu das standa5000\_11 Programm mit dem Aufruf:

```
Aufruf: ./standa5000_11 liste_x start.0 ziel.0
```

Neben dem Programmnamen benötigt das Programm als zweite Eingabe eine Datei, die die Namen der zu verarbeitenden Spektren enthält. Die dritte und vierte Eingabe bestimmen den Start- und Endpunkt des Bereichs des Spektrums, für den das Signal-zu-Rausch Verhältnis bestimmt werden soll. Die beiden Größen sind als float Variable und in Angström einzugeben. Notwendigerweise sollte dazu ein Bereich im Spektrum ausgewählt werden, in dem keine Linien zu finden sind. Die Ausgabedatei namens `standa_*.sta` beinhaltet, um Verwechslungen vorzubeugen, in ihrem Namen ebenfalls die Grenzen des ausgewählten Wellenlängenbereichs. In der Datei selbst ist zu jedem Eingabespektrum der Mittelwert, die Standardabweichung und deren Kehrwert, als Maß für das Signal-zu-Rausch Verhältnis, zu finden.

### „phasebinning“

Der vorhandene Datensatz der MSST-Kampagne besteht, wie bereits in Absatz 3.1.1 beschrieben, aus einer sehr großen Zahl von Einzelspektren mit relativ geringer Auflösung. Auch das teilweise schlechte Signal-zu-Rausch Verhältnis (siehe Kapitel vorher) macht es unmöglich aus den Einzelspektren die Linienprofilvariation zu bestimmen. Da die theoretischen Modelle für nichtradiale Pulsationen, ausschließlich kleine Änderungen der Linien vorherzusagen, bietet sich die Methode des „phasebinning“ an. Entscheidend für diese Methode ist, dass die Schwingungsperioden von Anfang an bekannt sind.

Man beginnt zunächst damit, aus dem Zeitindex, die Phase eines jeden Einzelspektrums zu ermitteln. Ein vollständiger Zyklus von  $2\pi$  wird in mehrere gleichgroße Bereiche unterteilt. Die Einzelspektren werden, ihrer Phase nach, den einzelnen Bereichen zugeordnet. Alle Spektren in einem Bereich werden, unter Berücksichtigung der Gewichtungsfaktoren (siehe vorheriges Kapitel), zu einem Spektrum gemittelt. Man erhält so eine Abfolge von Spektren, die genau einen Zyklus von  $2\pi$  darstellen. Die Anzahl der Phasenintervalle darf weder zu groß sein, da sonst zu wenig Spektren gemittelt werden, noch darf sie zu klein sein, da sich in diesem Fall die Variationseffekte zu stark mitteln. Es hat sich als sinnvoll erwiesen 20 Intervalle zu wählen.

Zur Durchführung wurde die Routine „phasebin5000“ benutzt; mittlerweile existiert bereits die Version 1.2, so dass die exakte Bezeichnung

**phasebin5000\_12** lautet.

Der zugehörige Aufruf heißt:

```
./phasebin5000_12 dateiname_t liste_x ausgabedatei nbins period
```

Neben dem Programm benötigt man an zweiter Stelle noch eine Datei die

den Zeitindex und den Signal-zu-Rausch Gewichtungsfaktor jedes einzelnen Spektrums, der zuvor mit „standa5000\_11“ berechnet wurde, beinhaltet.

An dritter Stelle steht die Datei, die die Namen der einzelnen Spektren enthält, also die Namensliste der zu verarbeitenden Dateien.

Der vierte Teil des Aufrufs ist die Stammbezeichnung der Ausgabedateien. An diese wird automatisch die Gesamtanzahl der Phasenintervalle, im Folgenden bins genannt, und die Nummer des aktuellen bins angehängt.

Als fünfter Teil wird die Gesamtanzahl der bins, als `integer` Variable angegeben.

Im sechsten und letzten Teil des Aufrufs gibt man die Periode der Mode, die man untersuchen möchte, als `float` Variable an.

Es ist darauf zu achten, dass die Bezeichnung der Schwingung im Namen der Ausgabedatei explizit vorkommt, um etwaigen Missverständnissen vorzubeugen.

Was man nun erhält, ist eine Mittelung aller Spektren im gleichen Phasenintervall. Eine Schwingung wird dabei in `n bins` aufgeteilt und man erhält für jeden `bin` ein Spektrum.

Die Ausgabespektren werden von „phasebin5000“ so erzeugt, dass sie von *FITPROF* eingelesen werden können.

### 3.3.3 *FITPROF*

Der nächste Schritt erfolgte mit Hilfe des Programms *FITPROF* von R. Napiwotzki (1999). Für jeden `bin` wird eine Temperatur, ein  $\log g$  und ein Helium zu Wasserstoff Verhältnis mit zugehörigen statistischen  $1\sigma$  Fehlern ermittelt. Die Routine führt dazu eine  $\chi^2$  Minimierung mit Gittern von synthetischen Spektren durch (Napiwotzki et al. 1999). *FITPROF* interpoliert nun die gesuchten Zustandsgrößen. Es benötigt dazu ein Modellgitter, das zunächst eingelesen werden muss, und einen angemessenen Parameterraum bilden soll. Dieses Gitter beinhaltet daher Modellspektren von Sternen für verschiedene Temperaturen,  $\log g$  - Werte und Helium zu Wasserstoff Verhältnisse. Je nach Anforderung der Daten können verschiedenste Arten von Gittern benutzt werden (z.B. LTE, NLTE usw. siehe Grundlagen).

In diesem Fall wurden zunächst drei LTE Modellgitter mit den Gitterpunkten 32500K, 35000K, 37500K für die Effektivtemperatur und 5.25 dex, 5.5 dex und 5.75 dex für den  $\log g$  Wert verwendet. Der unterschiedliche Wasserstoff Anteil dieser Modelle von 97% , 99% und 99,9% ermöglichte es ebenfalls das Helium zu Wasserstoff Verhältnis zu bestimmen.

Um die Routine auszuführen, legt man zunächst in einer Konfigurationsdatei für jede Linie den absoluten fit-Bereich und das Kontinuum fest. Diese Datei

muss für jeden Fit individuell angepasst werden, um ein optimales Ergebnis zu erzielen. Mit Hilfe der Modellgitter werden Wasserstoff und Helium Absorptionslinien im Spektrum des Sterns gefittet, wobei sich allerdings je nach Tiefe und Form der Linien unterschiedliche Zustandsgrößen mit statistischen Fehlern ergeben. Auf diese Weise erhält man den Phasenverlauf der Zustandsgrößen.



# Kapitel 4

## Ergebnisse der MSST-Kampagne

Im folgenden Kapitel sollen die Ergebnisse der Spektroskopie aus der 2m-MSST-Kampagne vorgestellt werden. Zunächst wurde der Datensatz vom Steward-Observatorium ausgewertet, daher wird dieser auch zuerst vorgestellt. Anschließend sollen die anderen Datensätze gemeinsam präsentiert werden. Die Auswertungen jedes einzelnen Datensatzes separat befindet sich im Anhang A.

### 4.1 Datensatz des „Steward Observatory“

Am Anfang der Analyse wurde der Datenblock des Steward Observatory auf beschriebene Art und Weise ausgewertet. Die beste Auflösung, zusammen mit einer großen Anzahl von Einzelspektren ließen gute Ergebnisse erwarten. Bereits zuvor ermittelten O’Toole et al. (2005) aus den Daten der MSST-Kampagne mit Hilfe einer Fourier Analyse der Radialgeschwindigkeitskurve, eine Übersicht der auftretenden Moden.

Die 4 stärksten Perioden aus dieser Arbeit sollen hier untersucht werden. Beginnend mit der stärksten Periode wird versucht  $T_{eff}$  und  $\log g$  Variationen nachzuweisen. Abbildung 4.1 zeigt den Phasenverlauf der Zustandsgrößen, für die stärkste Mode f1 mit einer Periode von 481,74 s und einer Amplitude von mindestens  $15,4 \text{ km s}^{-1}$ . Wie zu sehen ist, sind die Verläufe sinusförmig; dabei ist die gestrichelte Linie eine angepasste Sinusfunktion, die zur Bestimmung der Amplituden der Schwingungen benötigt wird. Die Variationen von Temperatur und  $\log g$  verlaufen nahezu phasengleich, während das Elementeverhältnis zwischen Wasserstoff und Helium im Rahmen der Messgenauigkeit

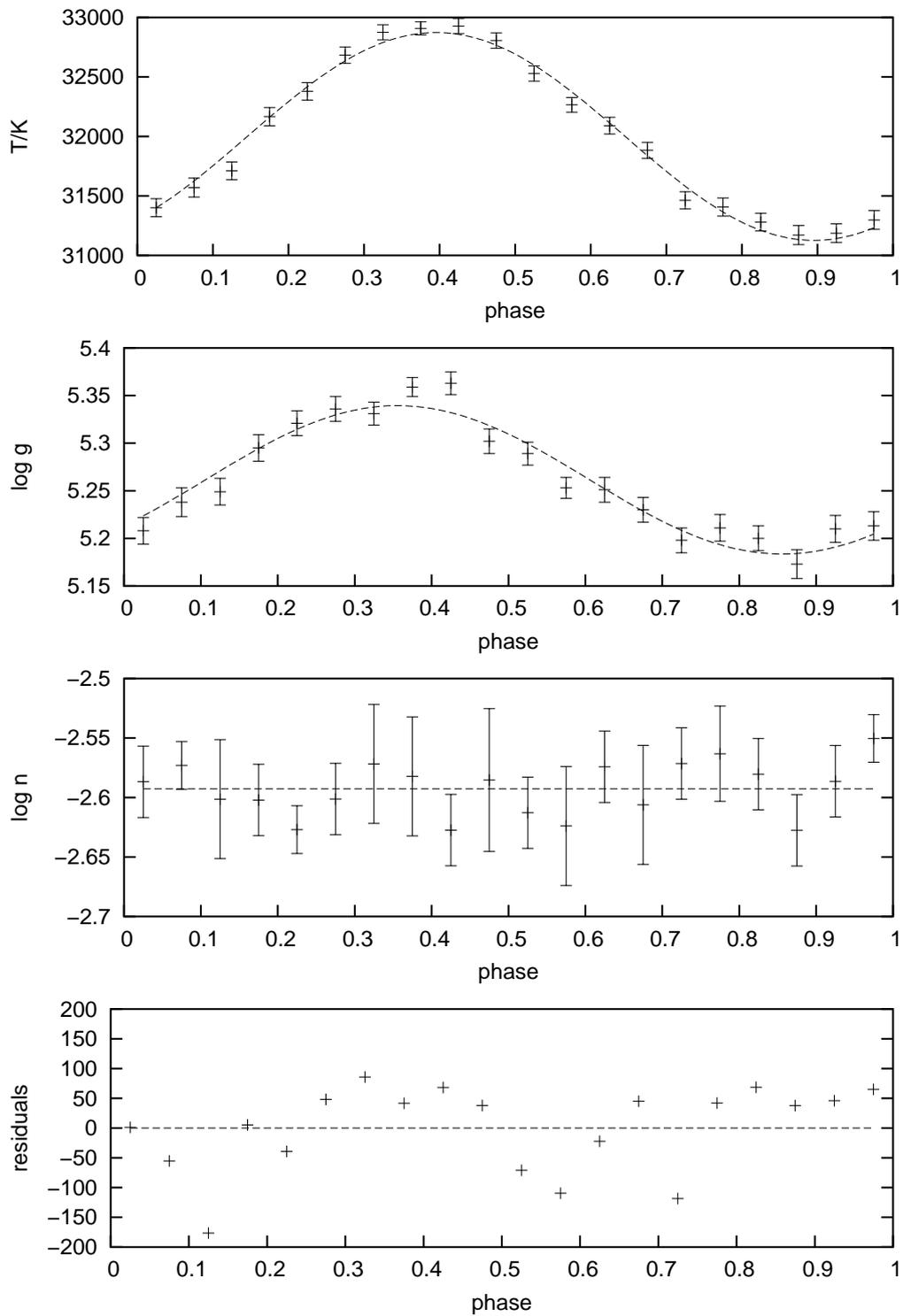


Abbildung 4.1: Die Abbildung zeigt den Verlauf der Zustandsgrößen sowie die Residuen des Temperaturfits für die Mode f1 mit P 481.74s.

konstant bleibt. Die Semi-Amplitude dieser Schwingung beträgt  $\pm 873.7K$  in der Effektivtemperatur und  $\pm 0.078dex$  in der logarithmischen Schwerebeschleunigung. Die Residuen weisen keinen besonderen periodischen Verlauf auf.

Anschließend wurde die zweitstärkste Mode f2 untersucht, dann f3 und f4. Bei der Mode f5 ist der Nachweis leider nicht mehr geglückt, da sie wohl bereits zu schwach für die Methode war. Der vollständige Verlauf der Zustandsgrößen aller untersuchten Moden ist im Anhang zu finden.

Der Temperaturverlauf der unterschiedlichen Moden wird in Abbildung 4.2 dargestellt. Mit fallender Geschwindigkeitsamplitude fällt, wie zu sehen ist auch die Temperaturamplitude. In der Tabelle 4.1 sind nochmals alle gemessenen Variationen der Steward Daten aufgelistet.

| Mode | $\pm \frac{\Delta T}{2}$ in K | $\pm \frac{\Delta \log g}{2}$ in dex | Periode in s | $v_{rad}^{max}$ in $km s^{-1}$ |
|------|-------------------------------|--------------------------------------|--------------|--------------------------------|
| f1   | 873.7                         | 0.078                                | 481.74       | 15.4                           |
| f2   | 218.5                         | 0.019                                | 475.61       | 5.4                            |
| f3   | 209.1                         | 0.019                                | 475.76       | 3.0                            |
| f4   | 141.8                         | 0.011                                | 364.56       | 2.5                            |

Tabelle 4.1: Angegeben sind die Semi-Amplituden der vier untersuchten Moden.

Die gemessenen maximalen Radialgeschwindigkeitswerte wurden aus dem gleichen Datensatz ermittelt und stammen von O’Toole et. al (2005). Die Amplituden nehmen mit fallenden Radialgeschwindigkeiten ebenfalls ab. Wie aus den Semi-Amplituden zu sehen ist, sind die zweite und dritte Mode nahezu gleich stark.

Die bereits mehrmals bestimmten (siehe Kapitel 3.1) Werte für die Effektivtemperatur und den  $\log g$  von PG1605+072, sind kein klassischer Fall für die Verwendung eines NLTE-Gitters. Dennoch wurde ebenfalls die Art des Gitters sowie dessen Metallizität variiert (LTE, NLTE, stehle, vcs etc.), um zu sehen welchen Einfluss dies auf die Temperaturkurven hat. Festzustellen bleibt, dass durch die Verwendung verschiedener Gitter sehr wohl Unterschiede in den absoluten Werten auftraten, die Amplituden davon jedoch nahezu unbeeindruckt blieben. Aus diesem Grund werden im weiteren Verlauf der Arbeit ausschließlich LTE Gitter zum Fitten der Zustandsgrößen verwendet.

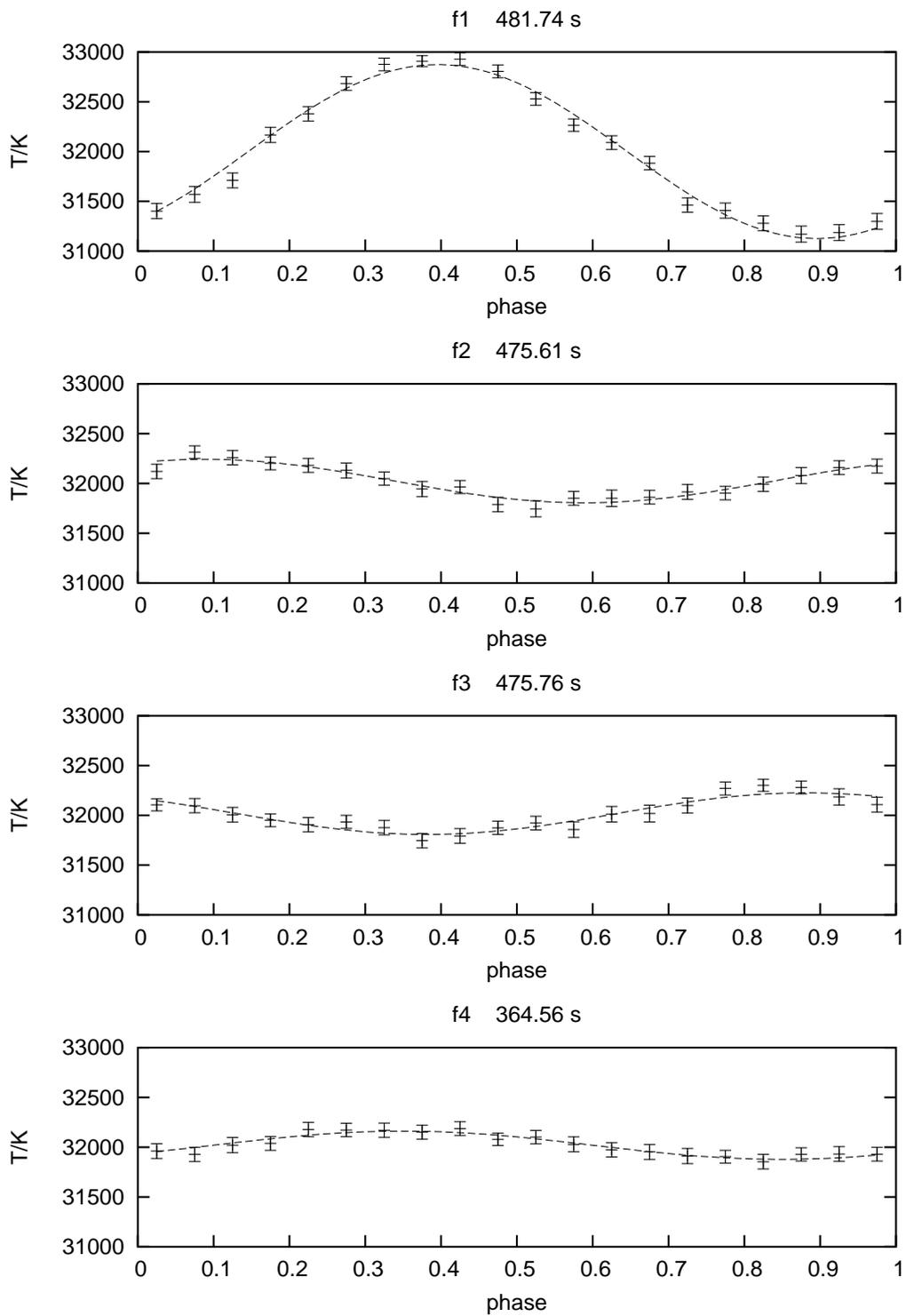


Abbildung 4.2: Die Abbildung zeigt den Verlauf der Temperatur für die vier untersuchten Moden.

## 4.2 Phasenverschiebung von Temperatur- und Radialgeschwindigkeit

Zur Analyse der Phasenbeziehung zwischen der Temperaturkurve der stärksten Mode und ihrer Radialgeschwindigkeitskurve wurden ebenfalls die Steward Daten herangezogen. Die beiden Kurven sind in Abbildung 4.3 zu sehen. Bei adiabatischen radialen Moden tritt die höchste Temperatur auf, wenn der Stern am stärksten kontrahiert und deshalb die Radialgeschwindigkeit zu null wird. Daher beträgt die Phasenverschiebung dieser Kurven im Fall einer adiabatischen radialen Schwingung  $\frac{\pi}{2}$ , was im Diagramm einer Phasenverschiebung von 0.25 entsprechen würde.

Wie man sehen kann, ist die Verschiebung bei allen vier Moden allerdings kleiner. Die stärkste Mode besitzt eine Phasenverschiebung von  $\Delta phase = 0.17$ , was im Bogenmaß einem Wert von  $\approx \frac{\pi}{3}$  entspricht. Bei der nächstschwächeren Mode  $f_2$  beträgt die Verschiebung lediglich  $\Delta phase = 0.12 \approx \frac{\pi}{4}$ , was zu der Annahme führt, dass sie einen noch kleineren adiabatischen, radialen Anteil besitzt. Betrachtet man nun die drittstärkste Mode  $f_3$ , bemerkt man, dass ihr Phasenunterschied sogar den von  $f_1$  übertrifft, und mit  $\Delta phase = 0.22$  zumindest im Bereich von  $\approx \frac{\pi}{2}$  liegt. Daher weist Mode  $f_3$  den stärksten adiabatischen radialen Charakter der hier untersuchten Moden auf. Die schwächste Mode  $f_4$  besitzt hingegen eine kleinere Phasenverschiebung von  $\Delta phase = 0.13 \approx \frac{\pi}{4}$ , und damit einen ähnlichen adiabatisch radialen Anteil wie die Mode  $f_3$ .

Da die mit Abstand dominante Mode  $f_1$  eine Verschiebung von  $\approx \frac{\pi}{3}$  zeigt, und die der 3 nächstschwächeren Moden nicht wesentlich von diesem Wert abweicht, kann man sagen die mittlere Verschiebung ergibt sich zu

$$\Delta phase_{gesamt} \approx \frac{\pi}{3}.$$

Bereits 2005 bestimmte T. Stahn in seiner Diplomarbeit die Phasendifferenz zwischen Intensitäts- und Radialgeschwindigkeitskurve, mit Hilfe einer „Prewhitening“-Methode, angewandt auf FUSE Spektren (Far UV Explorer - Satellit), zu  $\approx \frac{\pi}{3}$ . Damit widersprachen seine Ergebnisse bereits denen von Kuassivi et al. (2005), bei dem sich eine Phasenbeziehung des dominanten Anteils um 480s, zu ziemlich genau  $\frac{\pi}{2}$  ergab. Kuassivi stellte daher aufgrund seiner zeitaufgelösten Analyse von FUSE Spektren fest, dass es sich bei der dominanten Mode wahrscheinlich um eine adiabatisch radiale Mode handelt. Dies konnte hier nicht bestätigt werden; jedoch zeigen sich durchaus beeindruckende Übereinstimmungen mit der Analyse von T. Stahn, der auf den adiabatisch radialen Charakter der Pulsationen hinwies.

Die Ergebnisse dieser Arbeit weisen also zweifelsohne erneut auf den nicht-radialen Charakter der bei PG1605+072 angeregten Schwingungsmoden hin.

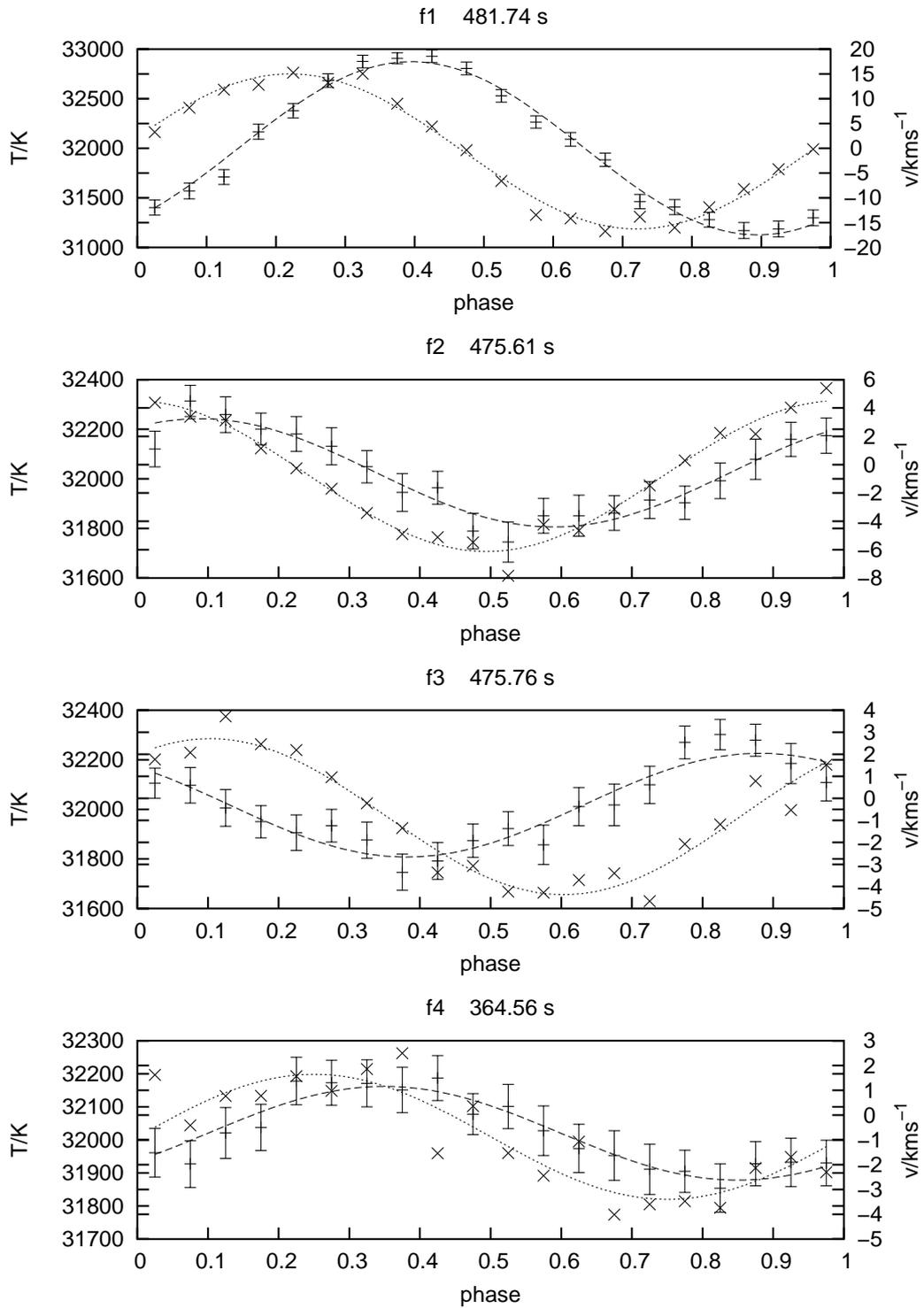


Abbildung 4.3: Die Abbildung zeigt den Phasenverlauf der Temperaturvariationen und der Radialgeschwindigkeit für die vier untersuchten Moden.

Des Weiteren scheint die hier durchgeführte Analyse ebenfalls verlässlicher zu sein, da hier im Gegensatz zu Kuassivi et al. (2005) nicht nur die dominante, sondern auch die drei nächstschwächeren Moden berücksichtigt wurden.

### 4.3 Zusammenfassende Analyse aller Daten

Um nun die Konsistenz dieser Ergebnisse zu untermauern wird im folgenden Abschnitt die gesamte Datenmenge zur Analyse berücksichtigt. Wie bereits im Abschnitt 3.2.2 erwähnt, können die Daten der verschiedenen Observatorien nur blockweise und nicht alle zusammen ausgewertet werden. Deshalb erhält man aus den Fits, zunächst für jeden Datenblock, den Verlauf der Zustandsgrößen von PG1605+072 über eine Periode von  $2\pi$  hinweg. Diese Teilergebnisse für alle Observatorien und alle untersuchten Moden sind im Anhang zu finden. Dazu ist anzumerken, dass für alle Blöcke, im Wesentlichen dieselbe relative Änderung der Zustandsgrößen sowie deren Phasenbeziehungen gefunden werden konnten.

Um nun noch eine Mittelung aus allen Spektren zusammen zu erzielen, bräuchte man an dieser Stelle Gewichtungsfaktoren für die unterschiedlichen Datenblöcke. Ein mittleres Signal-zu-Rausch Verhältnis wäre dazu alleine nicht geeignet, da für das abschließende fitten auch die Anzahl der sichtbaren Linien im Spektrum von entscheidender Bedeutung ist. Des Weiteren spielt auch die Anzahl der Einzelspektren pro gemitteltem Phasenintervall zusammen mit der spektralen Auflösung für die Linienprofilvariation eine wichtige Rolle. Allein bei den eben genannten Faktoren ist nicht klar, in wie fern sie sich gegenseitig und die Ergebnisse beeinflussen. Angesichts der Komplexität dieser benötigten Gewichtungsfaktoren ist eine subjektiv beeinflusste oder empirische Gewichtung unbedingt zu vermeiden. Aus diesem Grund wurde eine direkte Zusammenführung der Ergebnisse aus den Datenblöcken in der weiteren Analyse nicht durchgeführt.

Um zumindest alle erhaltenen Werte der Zustandsgrößen von PG1605+072 gemeinsam darzustellen, war es notwendig sich nur auf die relativen Änderungen zu beschränken. Dazu wurde zu jedem Wert einer Phase, die zugehörige Differenz zum Mittelwert berechnet. Die auf diese Weise erhaltenen Punkte für alle Observatorien mit der an die Steward-Daten angepassten Sinusfunktion sind in Abbildung 4.4 zu sehen. Es handelt sich also im Grunde um die gleiche Abbildung wie 4.1, allerdings erweitert um die Punkte der anderen Observatorien. Wie zu erkennen ist bestätigen die anderen Datenblöcke, die aus den Steward-Daten ermittelten Werte. Aus diesem Grund wird für die abschließende Interpretation der Daten im Kapitel 7, der Steward-Block herangezogen.

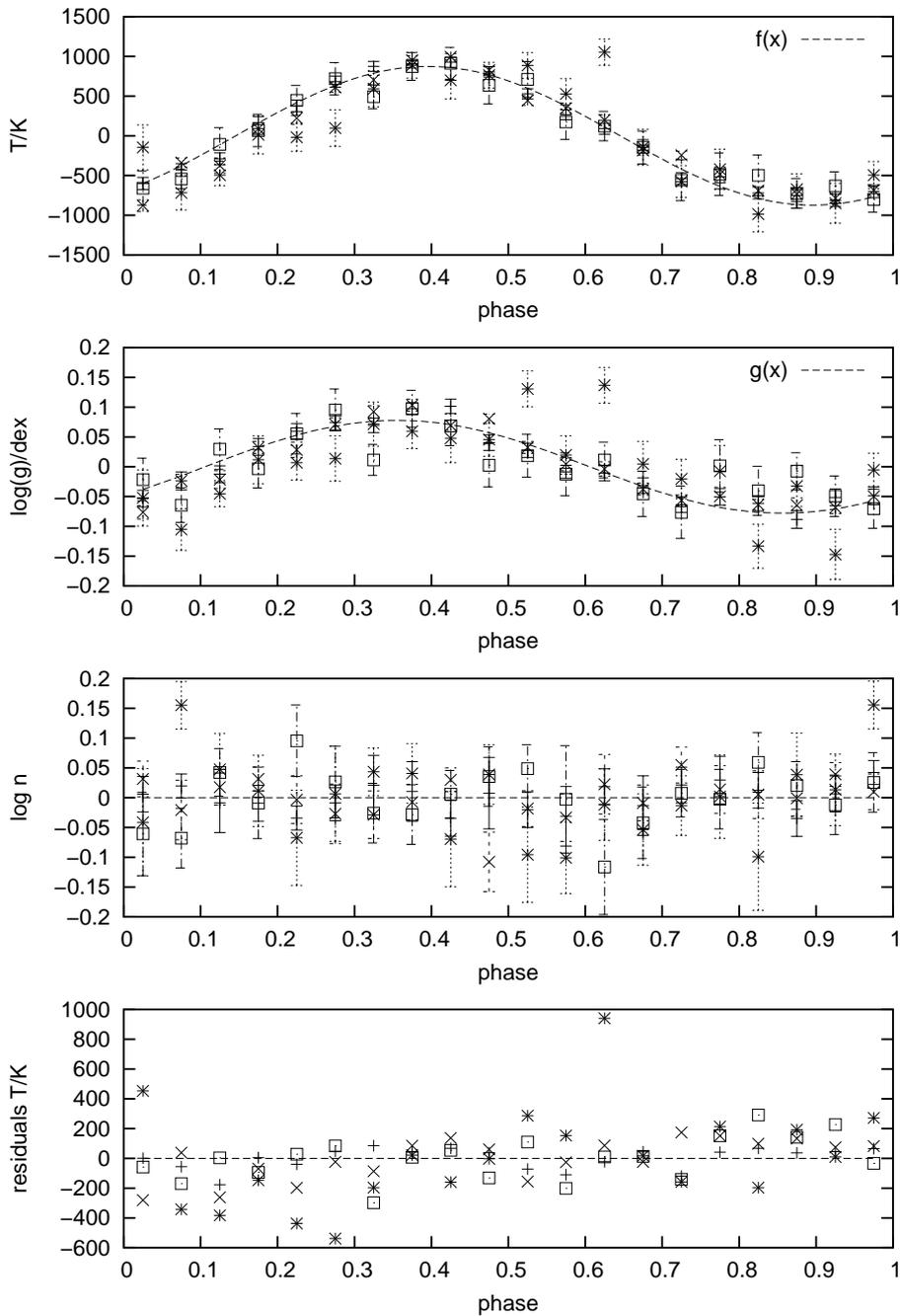


Abbildung 4.4: Abgebildet ist die stärkste Mode f1 mit P 481.74s mit  $1\sigma$ -Fehlerbalken. Die Kurve zeigt den Verlauf der Abweichungen vom Mittelwert der Zustandgrößen aller Observatorien (Steward +, NOT x, SSO \*, DANISH  $\square$ ). Zusätzlich sind die Fits  $f(x)$  und  $g(x)$  der Steward-Daten sowie die Residuen des Temperaturfits  $f(x)$  dargestellt.

Die Temperaturkurven für alle vier untersuchten Moden werden in Abbildung 4.5 gezeigt. Wie bereits zuvor untermauern die anderen Daten, die Ergebnisse aus dem Steward-Block. Bis auf eine Ausnahme trifft dies auf alle Moden zu. Bei der drittstärksten Mode f3 passen die gefittete Kurve und die anderen Datenpunkte jedoch weit weniger gut zusammen.

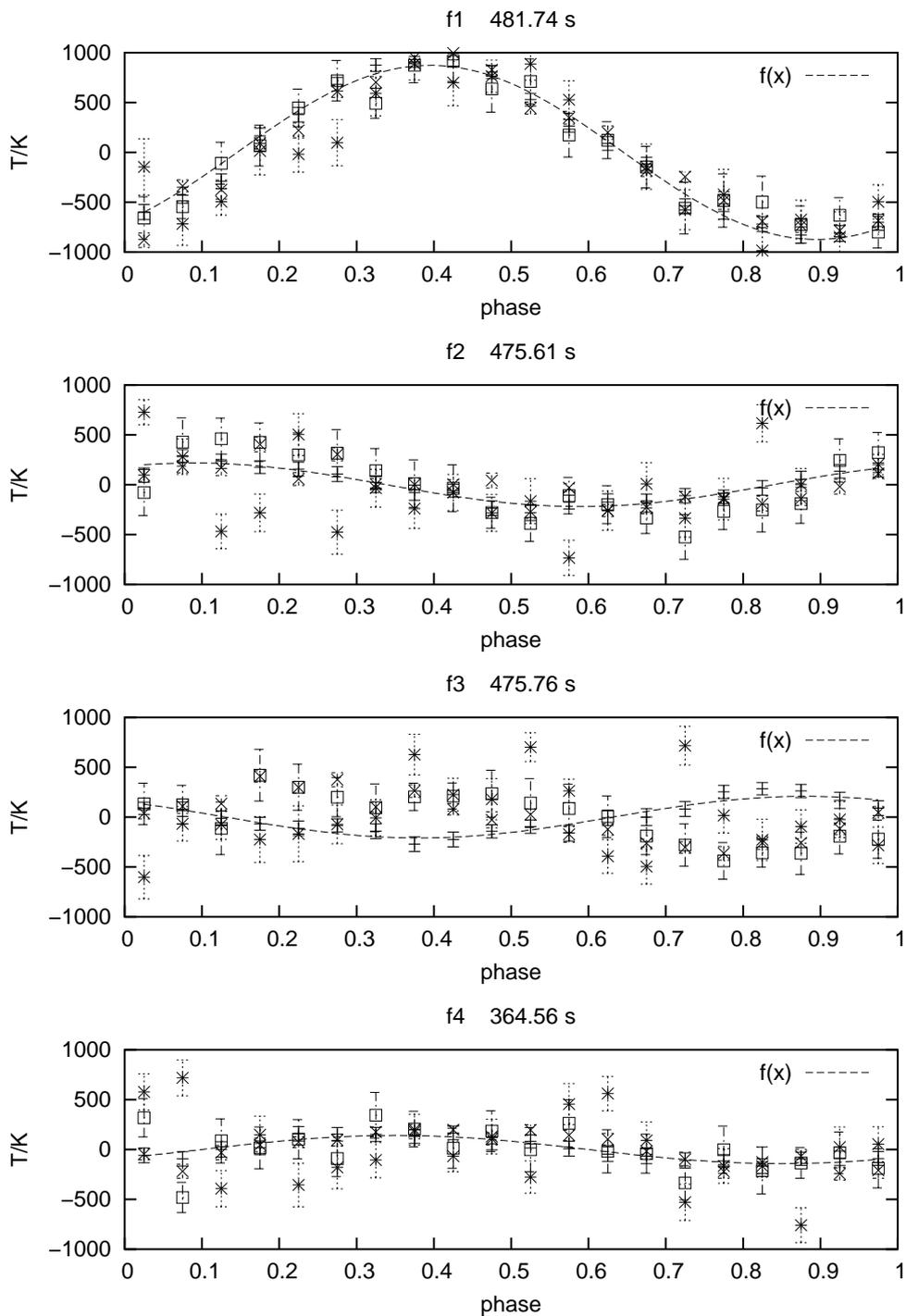


Abbildung 4.5: Die Abbildung zeigt den Phasenverlauf der Temperaturvariationen und eine an die Steward Daten angepasste Sinusfunktion  $f(x)$ , für die vier untersuchten Moden und alle vier Datenblöcke (Steward +, NOT x, SSO \*, DANISH □).

## 4.4 Phasenprobleme mit Mode f3

Aus Abbildung 4.5 ist eindeutig zu erkennen, dass bei der drittstärksten Mode eine Anomalie vorliegt. Da alle Datensätze auf den gleichen Zeitpunkt bezogen wurden (siehe Kapitel 3.3.2) sollten die Fits der einzelnen Observatorien nahezu identisch sein. In Abbildung 4.6 wird der Steward Datensatz mit dem NOT Datensatz bezüglich der Mode f1 und f3 verglichen.

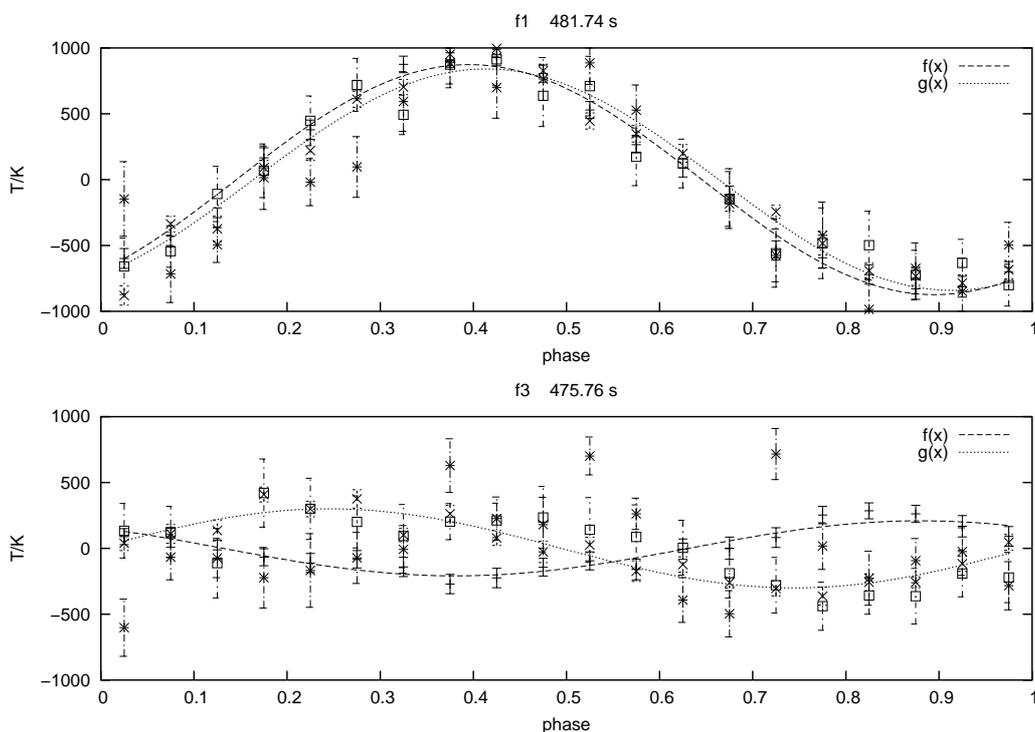


Abbildung 4.6: Die Abbildung zeigt den Phasenverlauf der Temperaturvariationen für die Moden f1 und f3, eine an die Steward Daten angepasste Sinusfunktion  $f(x)$  und eine an die NOT Daten angepasste Sinusfunktion  $g(x)$ . Weiterhin werden auch alle anderen Messpunkte mit Fehlern dargestellt (Steward +, NOT x, SSO \*, DANISH □).

Man erwartet auch bei f3 eine Übereinstimmung der beiden Kurven, wie man bei f1 sehen kann. Zu sehen ist dagegen, dass die beiden Kurven gegenphasig verlaufen. Daher kann man auf einen Phasensprung von  $\pi$  dieser Mode innerhalb der 3 Wochen Pause schließen.



# Kapitel 5

## Modellierung

Um nun weitere Rückschlüsse auf die Art der beobachteten Moden zu ziehen, sollten im nächsten Schritt Linienprofilvariationen zu bestimmten Moden (d.h. definiertem  $l$  und  $m$ ) modelliert werden. Das anschließende Fitzen von Modellspektren erzeugt erneut einen phasenabhängigen Verlauf der Zustandsgrößen, den man mit den Messkurven vergleichen kann um Rückschlüsse auf die Quantenzahlen zu ziehen.

Dazu konnten die beiden *FORTRAN* Routinen *BRUCE* und *KYLIE* von R. Townsend vollständig übernommen werden. Mit Hilfe von *BRUCE* wurden zunächst die Pulsationen in der Sternatmosphäre modelliert, was im folgenden Abschnitt näher dargestellt wird. Anschließend wird die Spektrumsynthese erläutert, die von *KYLIE* durchgeführt wurde.

### 5.1 *BRUCE*

Die Routine *BRUCE* erstellt zunächst ein Gitter der Sternoberfläche in der Gleichgewichtssituation, das die Photosphäre beschreibt. In diesem Gitter werden sowohl die Temperatur- als auch die geometrischen Veränderungen, die durch die Rotation des Sterns entstehen, mit berücksichtigt. Anschließend wird dieses Gitter einer Pulsationsstörung unterworfen, die durch eine Kugelflächenfunktion beschrieben wird. Die zeitliche Entwicklung kann über eine beliebige Anzahl von Schritten verfolgt werden, wobei jeder dieser Schritte in eine eigene Ausgabedatei geschrieben wird. Jede dieser Dateien enthält also für jeden Punkt des gestörten Oberflächengitters die zur Beschreibung durch ein Spektrum notwendigen Zustandsgrößen. Die zur Spektrumsynthese benötigten Größen sind die Temperatur  $T$ , die Schwerebeschleunigung  $g$ ,

die projizierte Oberfläche  $d\vec{A} \cdot \vec{n}_0$ , die projizierte Geschwindigkeit  $v_{ges}^{\vec{}} \cdot \vec{n}_0$  und schließlich noch die projizierte Oberflächennormale  $\vec{n} \cdot \vec{n}_0$ . In dieser Notation ist  $\vec{n}_0$  ein Einheitsvektor, der in Richtung auf den Beobachter zeigt. Die Bereiche, die bei der Berechnung dieser Größen durch BRUCE besonders zu beachten sind, werden in den folgenden Abschnitten ausführlicher dargestellt.

### 5.1.1 Rotation

Da bei PG1605+072 eine starke Rotation beobachtet wurde ( $v \sin(i) \approx 39 \text{ km s}^{-1}$ ; siehe Abschnitt 3.1), sollte man die Auswirkungen der Rotation auf einen Stern betrachten.

Dazu benötigen wir eine Transformation vom ruhenden Bezugssystem  $K$  mit Basisvektoren  $\vec{e}_x$ ,  $\vec{e}_y$  und  $\vec{e}_z$  in ein mit konstanter Geschwindigkeit  $\omega$  rotierendes Bezugssystem  $K'$ . Wählt man als z-Achse die momentane Drehachse  $\vec{\omega}$ , so folgt für die Basisvektoren

$$\begin{aligned} \vec{e}'_x &= +\cos(\omega t)\vec{e}_x + \sin(\omega t)\vec{e}_y \\ \vec{e}'_y &= -\sin(\omega t)\vec{e}_x + \cos(\omega t)\vec{e}_y \\ \vec{e}'_z &= +\vec{e}_z \end{aligned} \quad . \quad (5.1)$$

Damit erhält man für die zeitliche Änderung eines Vektors  $\vec{u} = (u_x\vec{e}_x + u_y\vec{e}_y + u_z\vec{e}_z) = (u'_x\vec{e}'_x + u'_y\vec{e}'_y + u'_z\vec{e}'_z)$  in einem rotierenden Koordinatensystem  $K'$

$$\dot{\vec{u}} = \frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{d\vec{u}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{u} \quad . \quad (5.2)$$

Für den Ortsvektor eines Gaspakets mit den Koordinaten  $\vec{r}$  in  $K$  und  $\vec{r}'$  in  $K'$  gilt

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{R} \quad . \quad (5.3)$$

Seine Geschwindigkeit bezüglich  $K$  beträgt dann mit  $V = \frac{d\vec{R}}{dt}$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{r}' + \frac{d\vec{R}}{dt} = \vec{v}' + \vec{\omega} \times \vec{r}' + \vec{V} \quad , \quad (5.4)$$

wobei hier  $\vec{v}'$  seine Geschwindigkeit bezüglich  $K'$  ist.

Die Beschleunigung  $\vec{a}$  im Inertialsystem  $K$  wird mit  $\vec{A} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{R}}{dt^2}$  zu

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + \frac{d}{dt}(\vec{\omega} \times \vec{r}') + \frac{d\vec{V}}{dt} \quad (5.5)$$

*Zentrifugalbeschleunigung Translationsterm*

$$= \vec{a}' + \underbrace{2\vec{\omega} \times \vec{v}'} + \overbrace{\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')} + \underbrace{\frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}'} + \overbrace{\vec{A}} \quad .$$

*Coriolisbeschleunigung    Rotationsbeschleunigung*

Der erste Term gibt die Beschleunigung im rotierenden Bezugssystem an, der zweite, die durch die Corioliskraft hervorgerufene Beschleunigung, und der dritte, die durch die Zentrifugalkraft erzeugte. Der vierte Term tritt nur bei einer zeitabhängigen Winkelgeschwindigkeit auf; in unserem Fall ist  $\omega = const$  und der Term wird zu null. Ebenso tritt der letzte Term nur bei einer relativen Translationsbeschleunigung in Erscheinung und ist deshalb in diesem Fall ebenfalls zu vernachlässigen. Im rotierenden Bezugssystem sind also zwei zusätzliche Kräfte zu berücksichtigen.

Die Corioliskraft wird, da sie nur in bewegten Bezugssystemen auftritt, auch Scheinkraft genannt. Sie ist proportional zur Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  und zur Geschwindigkeit im rotierenden System  $v'$ . Da die Rotationsachse fest ist, hängt ihre Richtung ausschließlich von  $\vec{v}'$  ab. Die Zentrifugalkraft ist dagegen proportional zu  $\omega^2$  und führt in Richtung der Rotationsachse zu einer Abplattung des Sterns. Da sich nun sozusagen der Resonator ändert, müssen nun auch die Pulsationseigenfunktionen und -frequenzen modifiziert werden. Weiterhin ändern die Scheinkräfte über die veränderte Massenverteilung  $\rho$  und die neue Geschwindigkeit  $v'$  im rotierenden System  $K'$  auch direkt die Sternaufbaugleichungen (2.4 und 2.5) und die Impulserhaltung. Für eine explizite Darstellung sei auf Townsend (1997) verwiesen.

*BRUCE* arbeitet teilweise mit der vereinfachenden Annahme des starren Rotators, was bedeutet das  $\vec{v}' = 0$  ist und die Corioliskraft gleich null wird. Diese Annahme ist bei stark radiativ dominierten Sternen wie subdwarf B's durchaus nachvollziehbar. Sobald aber der Anteil der Konvektion nicht mehr vernachlässigt werden kann, wird sie problematisch. In der Impulserhaltung wird der Coriolis-term allerdings explizit mit eingerechnet. Weiterhin wird die Zentrifugalkraft nur als geometrische Abplattung des Sterns, jedoch nicht als neue Kraft in den Pulsationsgleichungen berücksichtigt.

Aufgrund der Rotation findet eine Aufspaltung der zuvor entarteten Pulsationsmoden nach dem Parameter  $m$  statt.  $\sigma'$  ist die Pulsationsfrequenz in  $K'$

$$\sigma' = \sigma + m\omega \tag{5.6}$$

und besteht aus der beobachteten Frequenz im Inertialsystem und dem Produkt aus azimutalen Parameters  $m$  und dem Betrag der Winkelgeschwindigkeit  $\omega = |\vec{\omega}|$ . Die Phasengeschwindigkeit einer auf der Sternoberfläche

propagierenden Welle in azimuthaler Richtung ist

$$v'_{ph} = -\frac{\sigma'}{m} = -\frac{\sigma}{m} - \omega \quad . \quad (5.7)$$

Für  $v'_{ph} > 0$  spricht man von einer prograden Mode, die in Richtung der Rotation um den Stern läuft. Eine retrograde Mode hingegen mit  $v'_{ph} < 0$  umläuft den Stern entgegen der Rotationsrichtung.

### 5.1.2 Gleichgewicht

Das Programm *BRUCE* erstellt zu Beginn der Berechnungen ein Gleichgewichtsgitter der Sternoberfläche. Die dazu benötigten Angaben werden, zusammen mit den Parametern für die Pulsationsmoden, aus einer Parameterdatei im ASCII-Format eingelesen. Der Syntax dieser Parameterdatei wird im Anhang B vorgestellt. Zur Berechnung werden die Werte für die polare Temperatur  $T_p$  und die polare Gravitationsbeschleunigung  $g_p$ , der polare Radius  $R_p$  und die azimuthale Rotationsgeschwindigkeit am Äquator  $v_{eq}$  gebraucht. Allen Gitterpunkten werden so, der jeweilige Radius  $r$  und die Atmosphärenparameter  $T_{eff}$  und  $\log(g)$  zugeordnet. Dies geschieht mit Hilfe des effektiven Gravitationspotentials im Roche Modell

$$\Phi^{eff} = -\frac{GM}{R(\theta)} - \frac{1}{2}\omega^2 \sin^2(\theta) \quad . \quad (5.8)$$

Auf diese Weise werden die Äquipotentiallinien festgelegt. Durch die Abplattung aufgrund der Rotation mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  ist der Radius  $R(\theta)$  winkelabhängig.

Mit Hilfe des effektiven Potentials am Pol

$$\Phi_p^{eff} = -\frac{GM}{R_p} = -g_p R_p \quad , \quad (5.9)$$

lässt sich die Sternoberfläche parametrisieren als

$$-g_p R_p = \frac{g_p R_p^2}{R(\theta)} - \frac{1}{2}\omega^2 \sin^2(\theta) \quad . \quad (5.10)$$

Um nun die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  aus einer gegebenen äquatorialen Rotationsgeschwindigkeit  $v_{eq}$  zu bestimmen, setzt man  $\omega \equiv \frac{v_{eq}}{R_{eq}}$  ein. Auf diese Weise kann man den äquatorialen Radius

$$R_{eq} = \frac{GM}{\frac{GM}{R_p} - \frac{v_{eq}^2}{2}} \quad (5.11)$$

berechnen, und erhält schließlich auch die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ . Um den Radius  $R(\theta)$  abhängig vom Winkel  $\theta$  zu berechnen, bedient sich *BRUCE* eines Newton-Raphson-Verfahrens. Die Anzahl der Gitterpunkte wird durch die Anzahl der Punkte auf dem Äquator  $N_{eq}$  bestimmt. Beim Winkel  $\theta$  sind es daher nur noch  $N_{eq} \sin(\theta)$  Punkte, die ringförmig um die Drehachse angeordnet sind. Insgesamt gibt es  $N_{eq}/4$  solcher Ringe, so dass auf einem Großkreis mit festem  $\phi$  genau  $N_{eq}$  Punkte liegen. Aufgrund der Rotations- und der Spiegelsymmetrie genügt es mit  $N_{eq}/4$  Punkten zu rechnen.

In der Routine wird die Berechnung mit  $N_{eq} = 400$  Punkten durchgeführt, so dass der Stern insgesamt 51030 Gitterpunkte besitzt von denen immer nur die Hälfte zu sehen ist.

Sobald für jeden Punkt ein Radius  $R(\theta)$  bestimmt wurde, kann mit Hilfe des effektiven Gravitationspotentials die lokale skalare Gravitationsbeschleunigung

$$g_\theta = |\nabla\Phi^{eff}| \quad (5.12)$$

sowie der Normalenvektor der Sternoberfläche

$$\vec{\hat{n}} = \frac{\nabla\Phi^{eff}}{g_\theta} \quad (5.13)$$

bestimmt werden. Die lokale Temperatur kann mit einem Gravitationsverdunkelungsgesetz der Form

$$T_\theta = T_p \left( \frac{g_\theta}{g_p} \right)^\beta \quad (5.14)$$

aus den bereits bekannten Größen berechnet werden, wobei  $\beta$  ein spezifischer Koeffizient für radiative Sternatmosphären ist. Weiterhin wird das zu jedem Gitterpunkt zugehörige Oberflächenelement

$$d\vec{A} = \left( \frac{d\vec{R}}{d\theta} \times \frac{d\vec{R}}{d\phi} \right) d\theta d\phi \quad (5.15)$$

aus dem Ortsvektor  $\vec{R}$  des Gitterpunkts bestimmt.

Nachdem das Gleichgewichtsgitter aus den Eingangsparametern mit Hilfe der beschriebenen Methoden vollständig berechnet worden ist, wird es nun verschiedenen Störungen unterworfen. Diese sollen im folgenden Kapitel genauer betrachtet werden.

### 5.1.3 Störungen des Gleichgewichts

Die Pulsationsmoden lassen sich durch verschiedene Parameter eindeutig charakterisieren. Zu ihnen gehören unter anderem die Quantenzahlen  $l$  und  $m$ , die Geschwindigkeitamplitude  $v_0$  und die Periode  $P = 2\pi/\sigma$ . In den folgenden Abschnitten werden die restlichen Parameter näher erläutert. Die Störungen, die von einer oder mehreren Pulsationsmoden erzeugt werden, lassen sich im Wesentlichen in drei Gebiete einteilen.

#### Geschwindigkeitsstörungen

Die Geschwindigkeit eines Punktes auf der Sternoberfläche entsteht nun nicht mehr ausschließlich durch die Rotationsbewegung wie in Kapitel 5.1.1; eine weitere Komponente, verursacht durch die Pulsation des Sterns kommt hinzu. Auf diese Weise wird die Gesamtgeschwindigkeit eines Gitterpunktes zu

$$\vec{v}_{ges} = v_{puls} \vec{\omega} + \vec{\omega} \times \vec{R} \quad . \quad (5.16)$$

Die Berechnung der Pulsationsgeschwindigkeit hängt von den Quantenzahlen der Mode ab, und erfolgt über die Auslenkung eines Oberflächenelements. Allerdings wird die Mode gestört und lässt sich nun nicht mehr durch eine einzelne Kugelflächenfunktion beschreiben. Vielmehr wird sie durch eine Summe solcher Funktionen dargestellt. Deutlich wird dies, wenn man sich die zeitabhängige Auslenkung  $\epsilon(\theta, \phi, t)$  einer gestörten Mode an der Sternoberfläche betrachtet. Sie lässt sich schreiben als

$$\frac{\epsilon(\theta, \phi, t)}{R} = A \Re \left\{ |\lambda_{l,j,m}\rangle \vec{e}_r + \frac{1}{\omega_c^2} [\nabla_h |\eta_{l,j,m}\rangle - i \nabla_h \times |\tau_{l,j,m}\rangle \vec{e}_r] e^{i\sigma c t} \right\} , \quad (5.17)$$

wobei  $R$  der Sternradius, und  $|\lambda_{l,j,m}\rangle$ ,  $|\eta_{l,j,m}\rangle$  und  $|\tau_{l,j,m}\rangle$  die neuen Eigenfunktionen sind. Eine detailliertere Darstellung findet man bei Townsend (1997). Da die Gestalt des Sterns, aufgrund der Rotation, von einer Kugelgestalt abweicht, zeigt der Geschwindigkeitsvektor der Pulsation nicht mehr in radiale Richtung. Aus diesem Grund wird als Richtung der lokalen Pulsation, die der Flächennormalen verwendet.

Das berechnete Geschwindigkeitsfeld wird mit der Geschwindigkeitsamplitude  $v_0$  skaliert. Sie ist eigentlich eine rein mathematische Größe, da sie das RMS der Radialgeschwindigkeiten gemittelt über die Sternoberfläche ist. Beobachtet wird jedoch eine maximale Geschwindigkeitsamplitude  $v_{max}$ , die von *BRUCE* in ein zugehöriges  $v_0$  umgerechnet wird.

## Temperaturstörungen

Durch die stellaren Pulsationen treten bei einem Stern ebenfalls Temperaturstörungen auf. Seine Verformung bringt Dichtestörungen auf der Oberfläche mit sich, welche schließlich in adiabatischer Näherung nach

$$\frac{\delta T}{T} = \nabla_{ad} \frac{\delta p}{p} \quad (5.18)$$

Temperaturstörungen zur Folge haben. Der adiabatische Temperaturgradient  $\nabla_{ad}$  ist gegeben durch

$$\nabla_{ad} = \left( \frac{d \ln(T)}{d \ln(p)} \right)_S \quad (5.19)$$

Die explizite Berechnung der Temperaturstörung unter Verwendung der Cowling-Näherung wird nach

$$\frac{\delta T(\theta, \phi)}{T} = \delta_T \nabla_{ad} \left[ \frac{\lambda_{l,j,m}}{\omega_c^2} - 4 - \omega_c^2 \right] \frac{\epsilon(\theta, \phi)}{r} \exp i\psi \quad (5.20)$$

durchgeführt (Townsend, 1997). Durch die Temperaturstörungsamplitude  $\delta_T$  und den Phasenfaktor  $\psi$  wird die Gleichung im nicht-adiabatischen Fall modifiziert. In der adiabatischen Näherung ist  $\delta_T = 1$  und  $\psi = 0$ . Die neuen Eigenwerte  $\lambda_{l,j,m}$  bekommt man aus den rotationsmodifizierten Pulsationsgleichungen.

## Geometrische Störungen

Eine weitere Art Störung, die man bei einer Pulsation berücksichtigen sollte, sind solche geometrischer Natur. Im Wesentlichen unterscheidet man dabei zwei verschiedene Auswirkungen. Als erstes ändert sich durch die Pulsation zwangsläufig die Fläche eines Oberflächenelements, da es einem Gitterpunkt fest zugeordnet ist. Anschließend ist der nächste Strahlungsfluss durch dieses Element dementsprechend verändert. Der zweite Effekt entsteht durch die veränderte Oberflächennormale. Das Oberflächenelement wird durch die Pulsation unter einem anderen Winkel auf die Sternscheibe projiziert. Zusammen mit dem Randverdunkelungsgesetz führt dies zu Fluktuationen in der Oberflächenhelligkeit. Aus diesem Grund muss Gleichung 5.15 modifiziert werden, um die Änderung des Flächenvektors eines Oberflächenelements

$$\delta d\vec{A} = \left( \frac{d\delta\vec{R}}{d\theta} \times \frac{d\delta\vec{R}}{d\phi} \right) d\theta d\phi \quad (5.21)$$

zu erhalten. In diesem Fall lassen sich die Ableitungen schreiben als

$$\frac{d\delta\vec{R}}{d\theta} = \epsilon_r \vec{e}_\theta + \frac{d\epsilon_r}{d\theta} \vec{e}_r \quad \text{und} \quad \frac{d\delta\vec{R}}{d\phi} = \epsilon_r \sin\theta \vec{e}_\phi + \frac{d\epsilon_r}{d\phi} \vec{e}_r \quad , \quad (5.22)$$

wobei  $\epsilon_r$  die radiale Auslenkung eines Oberflächenelements  $d\vec{A}$  ist. Wenn man nun noch diese Änderung  $\delta d\vec{A}$  auf die Sichtlinie des Beobachters projiziert, erhält man die gesuchte Störung.

Nachdem nun alle auftretenden Störungen in die Ausgabeparameter der *BRUCE* Routine einbezogen wurden, kann in einem nächsten Schritt die Spektrumssynthese mit *KYLIE* durchgeführt werden.

## 5.2 *KYLIE*

Die *KYLIE* Routine ermöglicht es nun mit Hilfe von synthetischen Modellspektren, aus jedem zeitlichen Pulsationsschritt ein Spektrum zu errechnen. Jede Ausgabedatei von *BRUCE* stellt einen solchen Schritt dar, und enthält den im vorangegangenen Abschnitt erläuterten Satz von fünf Parametern für jeden Punkt des Oberflächengitters. Zur für den Beobachter sichtbaren Scheibe gehören jedoch nur die Punkte mit positiver projizierter Oberflächennormale, d.h. Punkte mit  $\vec{n} \cdot \vec{n}_0 \geq 0$ . Die Restlichen werden in der Routine nicht weiter berücksichtigt.

Jedem sichtbaren Gitterpunkt wird ein synthetisches Spektrum, entsprechend seiner Temperatur  $T$  und seiner Schwerebeschleunigung  $g$ , aus einem Modellgitter zugewiesen. Dieses Modellgitter ist dem von *FITPROF* benutzten (siehe Kapitel 3.3.3) sehr ähnlich. Danach wird für alle Wellenlängenspunkte der Modellspektren die Intensität jedes Gitterpunktes berechnet. Gewichtet mit der projizierten Oberfläche des Gitterpunktes und kombiniert mit den gewichteten Intensitäten aller anderer Güterpunkte einer Ausgabedatei, erhält man so ein über die sichtbare Sternscheibe integriertes Ausgabespektrum.

### 5.2.1 Das synthetische Modellgitter

In vorliegender Arbeit, sollen die Resultate von gemessenen Spektren eines pulsierenden Sterns direkt mit denen synthetisch erzeugter Spektren verglichen werden. Aus diesem Vergleich sollen Rückschlüsse auf die beobachteten Pulsationsmoden gezogen werden. Deshalb ist es notwendig eine möglichst realistische Herstellung von pulsationsgestörten Spektren ei-

nes Sterns zu gewährleisten. Zur Spektrumssynthese werden häufig einfache Gauß-Funktionen mit festen Äquivalentbreiten und Linientiefen benutzt. Anschließend werden die Linien mit der projizierten Geschwindigkeit  $v_{ges} \cdot \vec{n}_0$  Doppler-verschoben und über der sichtbaren Sternscheibe zu einem Gesamtspektrum aufintegriert. Da jedoch mit dieser Methode die beobachteten Linienprofilvariationen (siehe Kapitel 4) nicht reproduziert werden können, ist sie in diesem Fall unbrauchbar.

Um realistischere Linienprofile zu erzeugen, wurde ein grundsätzlich anderer Ansatz gewählt. Die benutzten Modellspektren sind keine simplen Gauß-Funktionen, sondern stammen aus synthetischen Flussspektren, die auf einem LTE-Modell-

atmosphärenprogramm beruhen. Allerdings muss in diesem Fall ein Randverdunkelungsgesetz einbezogen werden, um die gemessene winkelabhängige Intensitätsverteilung zu berechnen. Das ursprünglich in *KYLIE* angewendete Randverdunkelungsgesetz hat die Form

$$I_\lambda(\mu) = I_\lambda(0) [1 - u(1 - \mu)] \quad . \quad (5.23)$$

$I_\lambda(\mu)$  ist die Intensität unter einem bestimmten Winkelparameter  $\mu = \vec{n} \cdot \vec{n}_0$ . Zur weiteren Vereinfachung wurde der Randverdunkelungskoeffizient  $u$  in der ursprünglichen Version von *KYLIE* konstant bei 0.25 angenommen. In der Realität ist dieser Koeffizient nur im Kontinuum näherungsweise konstant. Besonders in der Nähe von Linien kann er stark variieren, da die unterschiedlichen Bereiche der Linien in verschiedenen Bereichen im Stern entstehen. Auf diese Problematik soll im nächsten Abschnitt gesondert eingegangen werden. Bereits für die ersten Probeläufe von *KYLIE* standen spezielle Modellgitter mit passenden Elementhäufigkeiten zur Verfügung. In diesen Modellen wurde das logarithmische Verhältnis von Helium zu Wasserstoff als konstant mit  $\log \frac{n_{He}}{n_H} = -2.5$  angenommen. Da die Auswirkungen von stellaren Pulsationen auf das Linienprofil nicht besonders groß sind, wurden sehr feine Flussspektren in einem Bereich von  $3000 - 7000\text{\AA}$  mit einer Auflösung von  $0.1\text{\AA}$  verwendet. Weiterhin wurden nur Flussspektren mit Parametern, die nicht zu weit von denen von PG1605 abweichen, ausgewählt. Um die Rechenzeit bei 40001 Punkten pro Spektrum möglichst gering zu halten, wurden nur wenige Modellspektren zur Synthese ausgewählt. Die Modelle hatten Temperaturen von  $30000K$ ,  $32500K$  und  $35000K$ , bei verschiedenen Gravitationsbeschleunigungen von  $5.0dex$ ,  $5.25dex$  und  $5.5dex$ ; dies entspricht einer Anzahl von insgesamt  $3 \times 3 = 9$  Gitterpunkten.

## 5.2.2 Der wellenlängenabhängige Randverdunkelungskoeffizient

Wie bereits zuvor angesprochen, ist die von *KYLIE* verwendete Randverdunkelung durchaus zu verbessern. Aus diesem Grund wurde mit Hilfe winkelabhängiger Intensitätsspektren aus Modellatmosphärenrechnungen ein wellenlängenabhängiger Randverdunkelungskoeffizient berechnet. Dies geschah mit einer, in der Programmiersprache C selbst geschriebenen, Routine namens *LIMB\_CA*. Dabei wurde für jeden Wellenlängenpunkt die Abhängigkeit der Intensität von  $\mu = \cos(\nu)$  aufgetragen, wobei  $\nu$  der Winkelabstand vom Zentrum der Scheibe ist; d.h. bei  $\mu = 1$  ist die Intensität maximal, da man ins Zentrum der Scheibe blickt. Danach wurde eine allgemeine Parabel der Form  $f(x) = -ax^2 + bx + c$  durch die Punkte gefittet; dies geschah mit Hilfe eines Varianz-Verfahrens. Die Krümmung der Parabel  $a$  wurde fortan als neuer wellenlängenabhängiger Randverdunkelungskoeffizient benutzt. Zusätzlich wurde als Vorschrift ein quadratisches Randverdunkelungsgesetz der Form

$$\frac{I_\lambda(\mu)}{I_\lambda(0)} = -a_\lambda(\mu - 1)^2 + 1 \quad (5.24)$$

in *KYLIE* implantiert. Dabei ist  $a_\lambda$  der neue wellenlängenabhängige Randverdunkelungskoeffizient.

In Abbildung 5.1 ist sowohl das neue als auch das alte Randverdunkelungsgesetz für drei Punkte der  $H_\gamma$ -Linie (Kontinuum, Flanke, Linienkern) dargestellt. Wie zu sehen ist, ändert sich der Koeffizient innerhalb einer Absorptionslinie sehr stark. Aus diesem Grund war diese Modifikation des Randverdunkelungsgesetzes auf jeden Fall notwendig um realistischere Variationen zu erhalten. Die Auswertung von synthetischen Modellspektren hat also gezeigt, dass ein quadratischer Zusammenhang viel besser geeignet ist.

Bei genauerem Betrachten des Verlaufs dieses Koeffizienten über die  $H_\gamma$ -Linie hinweg, fiel jedoch sein merkwürdiger Verlauf auf. Er ist in Abbildung 5.2 dargestellt. Man kann sehen, dass der Koeffizient vom Kontinuum zur Mitte hin ansteigt, im Zentrum jedoch ein lokales Minimum aufweist. Der Anstieg zum Zentrum war erwartet, das Minimum überraschte jedoch sehr. In Folge dieses Effekts tritt ein „line splitting“ bei den benachbarten Metalllinien auf. Für die hier angewendete Methode sind jedoch nur die Wasserstoff und Helium Linien im Spektrum wichtig. Letztere werden von diesem Effekt offensichtlich nicht, oder zumindest in der richtigen Weise beeinflusst. Aus diesem Grund wurde, trotz dieser Ungereimtheit, das wellenlängenabhängige quadratische Randverdunkelungsgesetz (kurz WAQR) (siehe 5.24) in der weiteren Analyse benutzt, d.h. alle nachfolgenden Modelle wurden damit

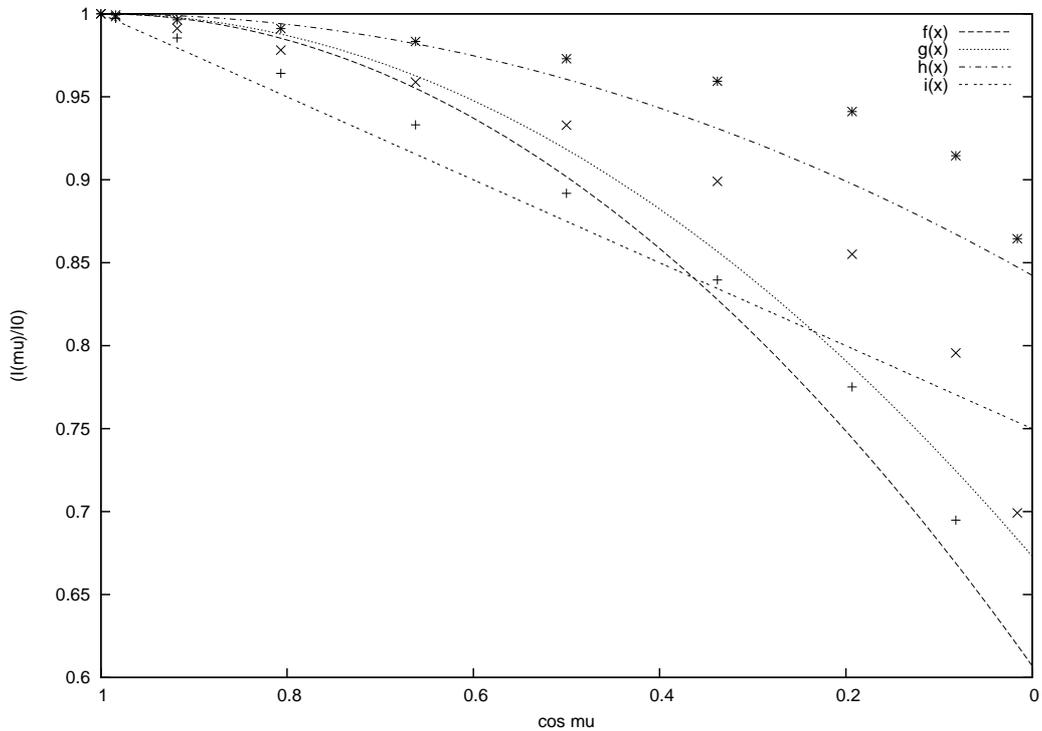


Abbildung 5.1: Die Abbildung zeigt die Messpunkte der Intensitätsabnahme bei fallendem  $\mu$  für verschiedene Bereiche der  $H\gamma$  Absorptionslinie (Die Kurve im Kontinuum  $4310.0\text{\AA}$  kennzeichnet das +, die in der Flanke  $4335.0\text{\AA}$  das x und den Linienkern  $4340.0\text{\AA}$  der Stern\*). Die drei Funktionen  $f(x)$  mit  $a_\lambda \approx 0.39$ ,  $g(x)$  mit  $a_\lambda \approx 0.33$  und  $h(x)$  mit  $a_\lambda \approx 0.16$  stellen das neue quadratische Randverdunkelungsgesetz zu diesen Punkten dar, während  $i(x)$  das lineare Alte mit  $u = 0.25$  repräsentiert.

berechnet. Die Modelle mit dem wellenlängenunabhängigen linearen Gesetz (kurz WULR) (siehe 5.23), die ebenfalls berechnet wurden, sind im Anhang C zu finden.

### 5.2.3 Die Arbeitsweise von *KYLIE*

Zur vollständigen Spektrumssynthese werden die atmosphärischen und geometrischen Parameter aus *BRUCE*, ein Modellgitter mit den passenden Modellspektren, sowie auch eine passende Behandlung der Randverdunkelung einer Sternscheibe benötigt. Nachdem diese Voraussetzungen gegeben sind,

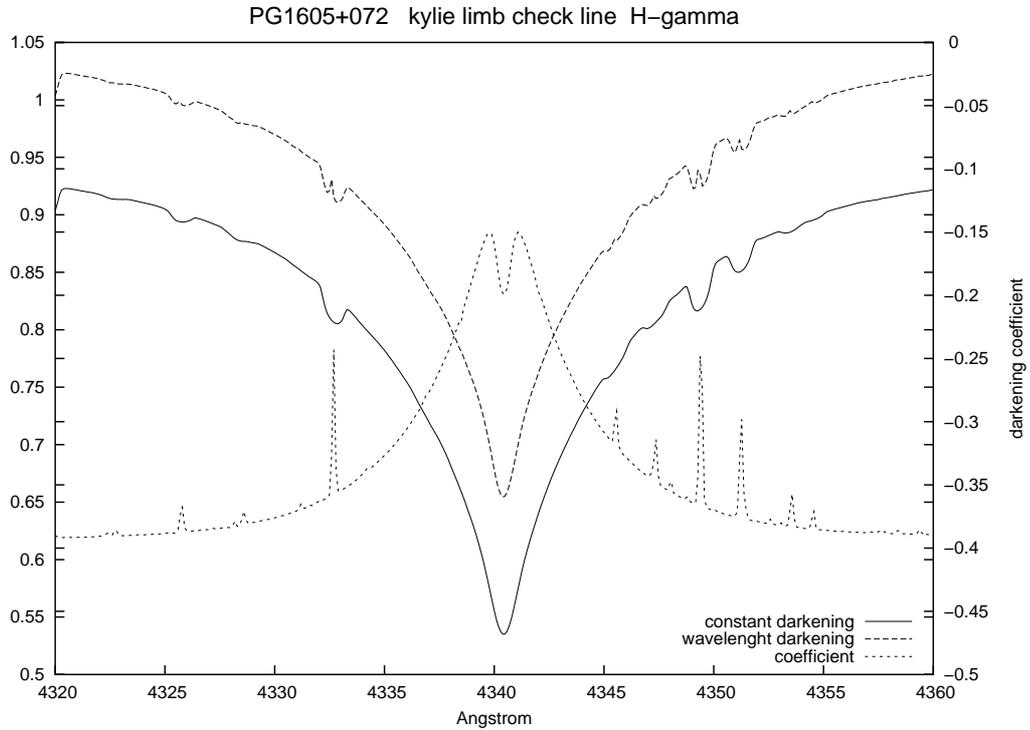


Abbildung 5.2: Der wellenlängenabhängige Randverdunkelungskoeffizient ist als klein gestrichelte Linie dargestellt. Die anderen beiden Linien zeigen die  $H_\gamma$ -Linie, modelliert mit konstantem linearen (durchgezogene Linie) und mit wellenlängenabhängigem quadratischem (gestrichelte Linie) Randverdunkelungsgesetz; zur besseren Abgrenzung wurde das Kontinuum verschoben.

benötigt man nur noch eine Steuerdatei um mit *KYLIE* zu arbeiten (Syntax dazu im Anhang B).

Nun soll die Arbeitsweise der Routine im Einzelnen näher erläutert werden. Für jeden sichtbaren Punkt auf der Sternscheibe wird mit Hilfe der atmosphärischen Parameter ein passendes synthetisches Spektrum berechnet. Dies geschieht durch eine Spline-Interpolation in  $T$  und  $\log g$  im Gitter der Modellspektren. Dabei wird auch der passende Fluss wellenlängenabhängig für das Oberflächenelement ermittelt. Die Routinen, welche die Interpolation übernehmen, stammen aus dem Programm *FITPROF* (Napiwotzki et al., 1999). Da jeder Punkt auf der Oberfläche eine andere Radialgeschwindigkeit besitzt (siehe Abschnitt 5.1.1), muss das zugehörige interpolierte Spektrum zusätzlich Doppler-verschoben werden. Dies geschieht mit Hilfe der bekann-

ten Doppler-Formel

$$\lambda = \lambda_0 \left( 1 - \frac{v_{ges}^{\vec{}} \cdot \hat{n}_0^{\vec{}}}{c} \right) \quad . \quad (5.25)$$

Hierbei ist  $\lambda$  die beobachtete Wellenlänge,  $\lambda_0$  die Ruhewellenlänge,  $v_{ges}^{\vec{}} \cdot \hat{n}_0^{\vec{}}$  die projizierte Radialgeschwindigkeit und  $c$  die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum.

Bei der folgenden Integration über die Sternscheibe werden die Spektren der Oberflächenpunkte mit der zugehörigen projizierten Fläche gewichtet. Des Weiteren wird zusätzlich das neue Randverdunkelungsgesetz (WAQR) aus Gleichung 5.24 angewendet.

Die Ausgabespektren der einzelnen Zeitschritte stehen nach der Berechnung als ASCII Dateien zur Verfügung.

### 5.3 Die Modellierung von PG1605+072 mittels *BRUCE* und *KYLIE*

Bevor die Modellierung beginnen konnte, mussten die Konfigurationsparameter von *BRUCE* spezifiziert werden. Die Parameter, die den Stern betreffen, wurden von O’Toole et al. (2005) übernommen. Dies geschah auch schon bei der Arbeit mit dem MSST Datensatz (vgl. Kapitel 3), und ist notwendig um im Kapitel 7 die beiden Ergebnisse vergleichen zu können.

Als Eingabeparameter zur Berechnung des Ruhegitters wurden für PG1605+072 ein polarer Radius von  $0.28R_{\odot}$ , eine Effektivtemperatur von 32000 K, eine logarithmische Gravitationsbeschleunigung von 5.25 dex, eine äquatoriale Rotationsgeschwindigkeit von  $130 \text{ km s}^{-1}$  und ein Inklinationwinkel von  $17^{\circ}$  angenommen.

Es wurden bei der Modellierung alle möglichen Störungen, die *BRUCE* erlaubte, mit berücksichtigt (siehe Kapitel 5.1.3 bzw Anhang B).

Als Geschwindigkeitsamplitude der Pulsation wurde die maximal gemessene der stärksten Mode  $v = 15.429 \text{ km s}^{-1}$  verwendet. Weiterhin wurde immer der Verlauf einer Schwingung im Spektrum modelliert und in 20 Zeitschritte zerlegt; in genauso viele bins wurde der MSST Datensatz aufgeteilt (siehe Kapitel 3.3.2).

Für die Spektrumssynthese mit *KYLIE* wurde ein speziell für PG1605+072 mit *LINFOR* erzeugtes Modellgitter verwendet. Ebenfalls wurden die Elementhäufigkeiten des Gitters den bei PG1605 beobachteten angepasst. Das logarithmische Helium-zu-Wasserstoff Verhältnis wurde ebenfalls aufgrund

vorheriger Beobachtungen konstant bei  $\log \frac{n_{He}}{n_H} = -2.5$  gehalten. Dieses Verhältnis wurde nicht variiert, da sonst die Rechenzeit der *KYLIE* Routine für eine Pulsationsmode bei 40001 Punkten im Spektrum weit länger als einen Tag gedauert hätte.

Nach der Modellierung ist es nötig ein Kontinuum anzufitten, da Flusspektren verwendet werden (siehe Kapitel 5.2.3). Benutzt werden dazu dieselben IRAF Routinen wie bei der Reduktion der Daten (siehe Kapitel 3.3.1). Anschließend wandelt man die ASCII Dateien in sogenannte „spek“-Dateien um, damit sie von der *FITPROF* Routine eingelesen werden können.

Auf diese Weise erhält man für jede modellierte Mode eine Serie von 20 Spektren, die den Verlauf einer Schwingung zeigen.

Analog zur Vorgehensweise im Kapitel 3.3.3, wird auch an dieser Stelle die *FITPROF* Routine von R. Napiwotzki (1999) verwendet. Mit ihrer Hilfe werden Spektren aus einem Modellgitter an die modellierten Spektren angefitet, um so die Zustandsgrößen  $T_{eff}$  und  $\log g$  zu bestimmen. Dazu führt die Routine eine  $\chi^2$ -Minimierung durch, und bestimmt zudem noch die  $1\sigma$ -Fehler der ermittelten Größen. Das Verhältnis  $\log \frac{n_{He}}{n_H}$  wird nicht aus den Fits bestimmt, da es bei der Modellierung konstant auf  $-2.5$  gehalten wurde.

# Kapitel 6

## Ergebnisse der Modellierung

Im nun folgenden Kapitel soll lediglich ein ausgewählter Teil der modellierten Moden vorgestellt werden. Dieser Teil umfasst hauptsächlich diejenigen Moden, die für einen späteren Vergleich mit den Beobachtungen interessant erscheinen.

Da diese Arbeit als Pilotstudie zu verstehen ist, wurden die Parameter der Pulsation des Sterns einmal vorgegeben und nicht mehr variiert. Es wurden die in Kapitel 3.1 vorgestellten Werte benutzt, d.h.  $v_{rot} = 130 \text{ km s}^{-1}$  und  $i = 17^\circ$  gemäß Kawaler (1999) und Heber et al. (1999) sowie eine physikalische Pulsationsamplitude von  $15,43 \text{ km s}^{-1}$  gemäß O'Toole et al. (2005).

Es wurden nur Moden bis  $l=3$  modelliert, da Moden mit größerem  $l$ , aufgrund von geometrischen Auslöschungseffekten, nur sehr kleine Variationen erzeugen sollen (Charpinet et al., 2001). Anschaulich wird das in Abbildung 2.1 deutlich. Bei Moden mit  $l=4$  blickt man im Falle  $m = 0$  auf zwei, für  $m \neq 0$  bereits auf drei Knotenlinien. Da jede Knotenlinie quasi als eine Art Symmetrieachse der Pulsation betrachtet werden kann, ist eine teilweise Auslöschung vorprogrammiert.

Die modellierten Moden mit  $l=3$  ergaben ebenfalls nur Temperaturänderungen die weit unter den beobachteten lagen. Dennoch werden sie in Kapitel 6.5. kurz vorgestellt.

### 6.1 Test der Modellierung mit wellenlängen-unabhängiger Randverdunkelung

Um die Methode auf ihre Funktionalität zu testen, wurde *KYLIE* zu Beginn der Modellierung in seiner ursprünglichen Version verwendet. Die ursprüngliche *KYLIE* Routine arbeitet mit einem linearen Randverdunkelungsgesetz

mit festem Koeffizienten (Gleichung 5.23), was bereits in Kapitel 5.2.2 angesprochen wurde. Dabei werden radiale Schwingungen um die in der Parameterdatei von *BRUCE* spezifizierte polare Temperatur herum modelliert. Dies führt dazu, dass normalerweise die mittlere Temperatur über eine Phase hinweg in etwa der Polartemperatur entspricht. Mit der Oberflächenbeschleunigung verhält es sich genauso. In Abbildung 6.1 ist die, mit der originalen *KYLIE* Routine mit linearer Randverdunkelung, modellierte radiale Mode  $l = 0, m = 0$  dargestellt. Wie man sieht, sind die Mittelwerte der Temperatur

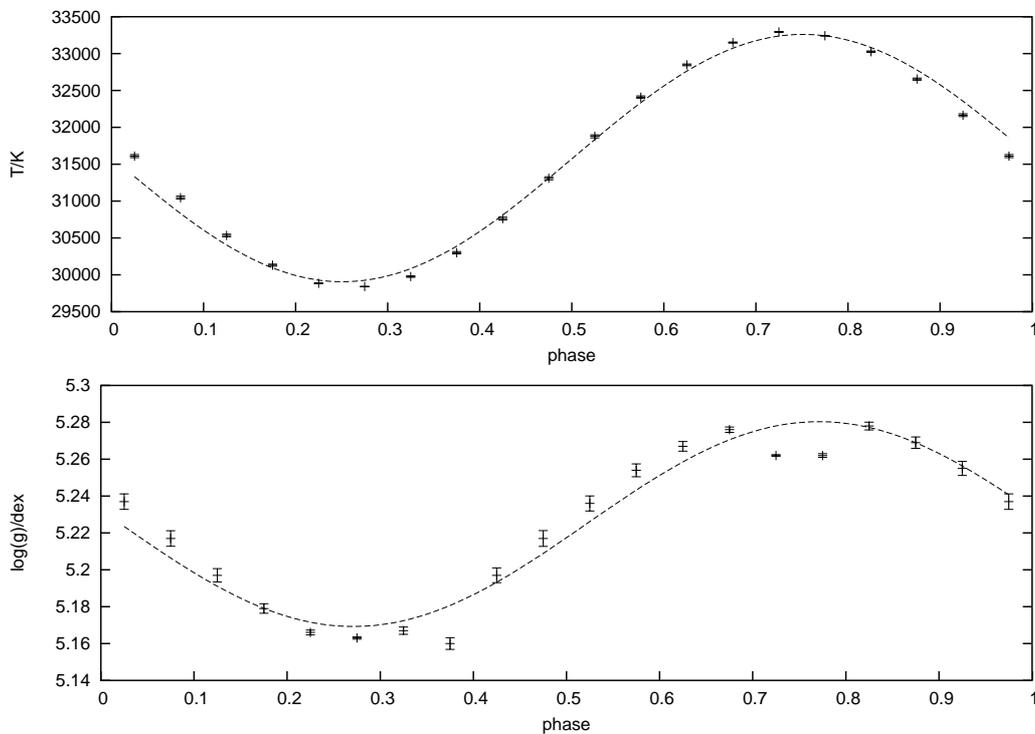


Abbildung 6.1: Die Abbildung zeigt den Verlauf der Zustandsgrößen sowie deren Residuen für die radiale Mode ( $l = 0$ ). Dazu wurde die alte *KYLIE* Routine mit linearem Randverdunkelungskoeffizienten (WULR) verwendet (Gleichung 5.23).

etwa 31,583K und der Oberflächenbeschleunigung etwa 5.225dex; dies entspricht ungefähr den polaren Werten von  $T_{pol} = 32,000$  und  $\log g_{pol} = 5.25dex$  aus der Parameterdatei.

Durch den kleinen Inklinationwinkel treten bei anderen Moden jedoch, je nach Verhältnis von heißem zu kaltem Bereich (Abbildung 2.2), unterschied-

liche Temperaturmittelwerte auf.

Durch die neuen Randverdunklungskoeffizienten wird ebenfalls die mittlere Temperatur verändert. Wie bereits in Kapitel 5.2.3 ausgeführt, sind die Änderungen des Koeffizienten groß, vergleicht man das Kontinuum mit dem Linienkern. Da die Intensität im Linienkern zunimmt, wird dies ebenfalls stärker in der Synthese berücksichtigt und alle Linien werden demnach tiefer. Dies führt schließlich beim fitten der Zustandsgrößen zu einer absoluten Erhöhung der Temperatur und der Gravitationsbeschleunigung.

Für eine Identifikation der Moden sind jedoch nur die Amplituden entscheidend. Im allgemeinen weisen sie eine kleine Änderung in der Temperatur und eine etwas Größere in der Gravitationsbeschleunigung auf. Alle Änderungen sind in Tabelle 6.1 dokumentiert.

| Mode<br>$l,m$ | $\Delta T$ in K<br>alte Version | $\Delta \log g$ in dex<br>alte Version | $\Delta T$ in K<br>neue Version | $\Delta \log g$ in dex<br>neue Version | Änderung $\Delta T$<br>in Prozent |
|---------------|---------------------------------|--|---------------------------------|--|-----------------------------------|
| 0,0           | 3355.6                          | 0.111                                  | 3558.1                          | 0.127                                  | +6.0                              |
| 1,0           | 2203.4                          | 0.077                                  | 2294.0                          | 0.082                                  | +4.1                              |
| 1,-1          | 795.6                           | 0.042                                  | 858.3                           | 0.052                                  | +7.9                              |
| 1,+1          | 538.5                           | 0.002                                  | 521.6                           | 0.004                                  | -3.1                              |
| 2,0           | 837.3                           | 0.031                                  | 777.6                           | 0.025                                  | -7.1                              |
| 2,-1          | 723.8                           | 0.048                                  | 722.3                           | 0.046                                  | -0.2                              |
| 2,+1          | 350.8                           | 0.011                                  | 266.6                           | 0.015                                  | -24.0                             |
| 2,-2          | 161.1                           | 0.014                                  | 175.5                           | 0.013                                  | +8.9                              |
| 2,+2          | 48.5                            | 0.004                                  | 32.7                            | 0.009                                  | -32.6                             |
| 3,0           | -                               | -                                      | 33.4                            | 0.006                                  | -                                 |

Tabelle 6.1: Änderungen in der Amplitude durch die Einführung einer wellenlängenabhängigen Randverdunkelung (WAQR), als absolute und prozentuale Größe.

Wie aus der Tabelle 6.1 ersichtlich ist, ändert sich die Temperaturamplitude nur geringfügig. Die Amplitude der Gravitationsbeschleunigung bleibt entweder nahezu konstant oder nimmt sogar zu. Als stärkste Moden erweisen sich zu festem  $l$  jeweils die Moden mit  $m = 0$ . Ab drei Knotenlinien  $l \geq 3$  sind die Schwankungen nur noch ausgesprochen gering und daher bei einer Messung wahrscheinlich äußerst schwer detektierbar.

Da die wellenlängenabhängige Randverdunkelung eine realistischere Modellierung der Pulsationsmoden gewährleistet, werden im Folgenden, trotz der zu hohen absoluten Temperatur, genau diese Ergebnisse (mit WAQR) näher vorgestellt und in der Auswertung benutzt. Die Ergebnisse für das wellenlängenunabhängige Randverdunklungsgesetz (Gleichung 5.23) sind in Anhang C zu finden.

## 6.2 Die radiale Mode mit $l = 0$

Zunächst wurde die Mode untersucht, bei der die stärksten Variationen erwartet wurden; die radiale Mode mit  $l = 0$ . Der Verlauf von Temperatur und logarithmischer Gravitationsbeschleunigung mit Sinusfit, sowie die Residuen sind in Abbildung 6.2 zu sehen. Die Temperaturamplitude des Fits liegt bei  $3558.1K$ , die  $\log(g)$  Variation bei  $0.127dex$ .

Auffällig ist, dass die Punkte nicht genau auf einer Sinusfunktion liegen, obwohl es sich um eine radiale Mode handelt. Ursache dafür ist wohl die geometrische Störung, die durch die Rotation in Verbindung mit dem kleinen Inklinationwinkel hervorgerufen wird.

## 6.3 Die nichtradiale Moden mit $l = 1$

Als stärkste nichtradiale Mode stellte sich die mit den Quantenzahlen  $l = 1$  und  $m = 0$  heraus. Da wir den Stern unter einem Inklinationwinkel von  $17^\circ$  sehen, lässt sich das nach Betrachtung der zugehörigen Kugelflächenfunktion (siehe Abbildung 2.1) auch begründen. Die Knotenlinie befindet sich am Rand der Sternscheibe, daher spielen Auslöschungseffekte beim Aufintegrieren nahezu keine Rolle. Weiterhin unterdrückt das Randverdunkelungsgesetz solche Effekte, so dass die Variation sehr groß erscheint. Sie wird in Abbildung 6.3 dargestellt. Die Temperaturamplitude beträgt  $2294K$ , bei einer  $\log g$  Änderung von  $0.082dex$ .

Auch hier stimmen die Punkte der Modellierung nicht mit der Sinusfunktion überein, was bei einer nichtradialen Mode auch nicht verwunderlich ist. Allerdings sind die Residuen fast mit denen der radialen Mode identisch, was den Schluß nahelegt, dass die Abweichung tatsächlich auf die Rotation kombiniert mit dem kleinen Inklinationwinkel zurückzuführen ist.

Die nächsten Moden sind die beiden durch die Rotation aufgespalteten mit  $|m| = 1$ . Abbildung 6.4 zeigt die Kurven der beiden Pulsationen mit den Quantenzahlen  $l = 1$  und  $|m| = 1$ . Dabei sind die Temperaturamplituden der beiden Moden vergleichbar; hingegen ist die Änderung der Schwerebeschleunigung der beiden, im ungestörten Fall entarteten Moden, sehr unterschiedlich. Die Mode mit  $m = 1$  weist eine Temperaturamplitude von  $521.6K$  mit einer  $\log g$  Änderung von  $0.004dex$  auf; die Temperaturänderung der  $m = -1$  Mode beträgt  $858.3K$ , bei  $0.052dex$  Änderung in der Schwerebeschleunigung.

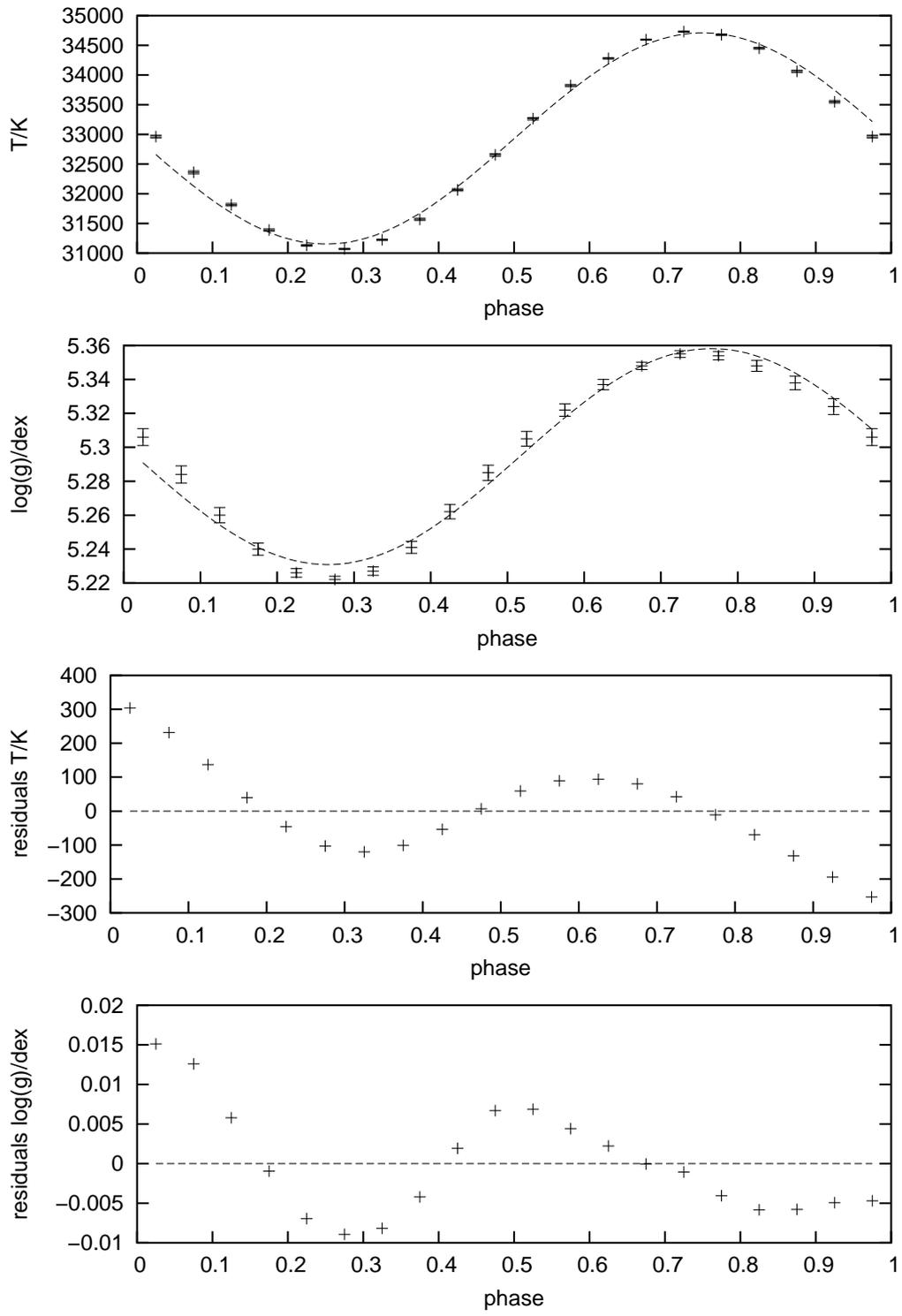


Abbildung 6.2: Die Abbildung zeigt den Verlauf der Zustandsgrößen sowie deren Residuen für die radiale Mode ( $l=0$ ) (mit WAQR).

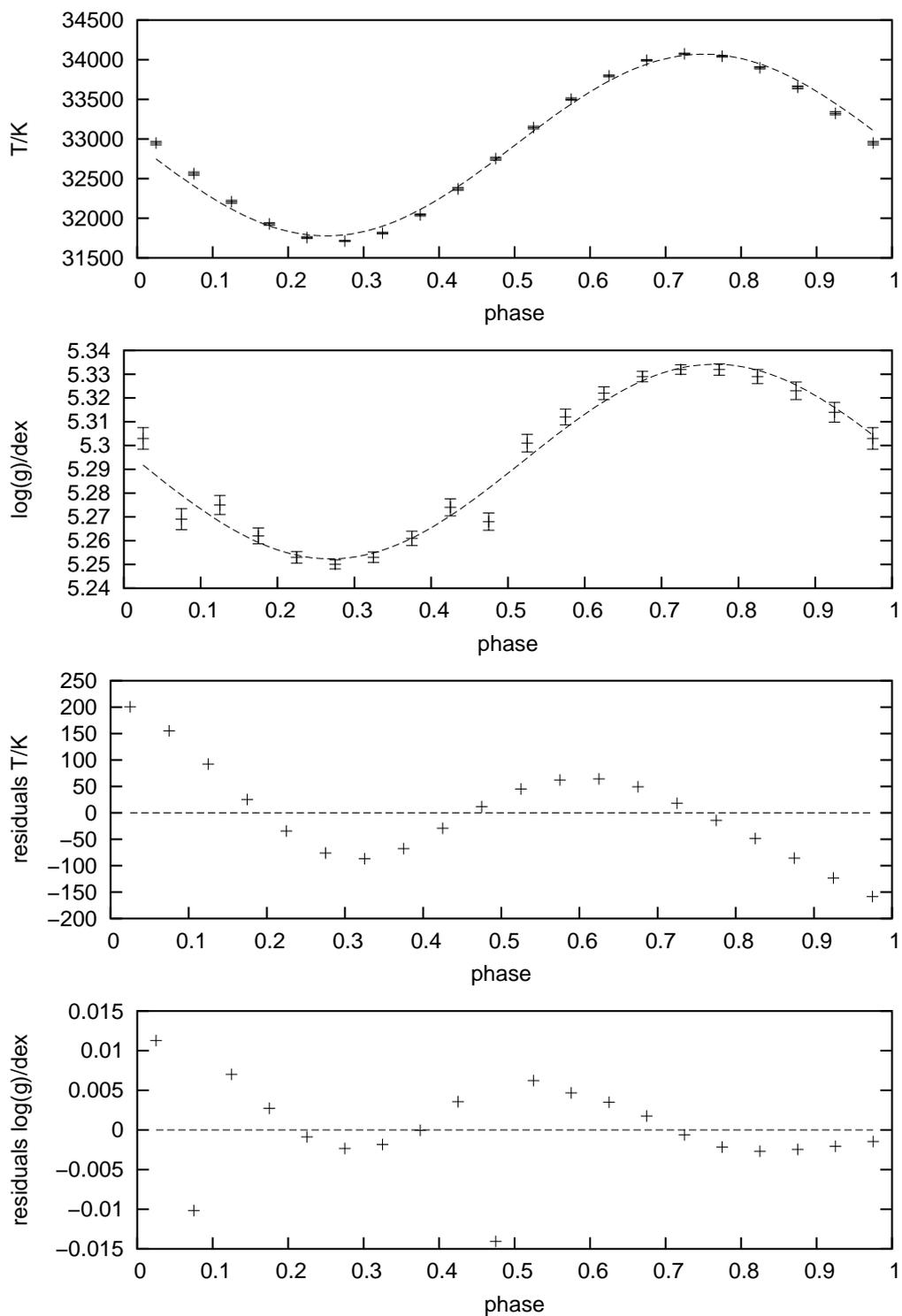


Abbildung 6.3: Die Abbildung zeigt den Verlauf der Zustandsgrößen sowie deren Residuen für die nichtradiale Mode mit  $l = 1, m = 0$  (mit WAQR).

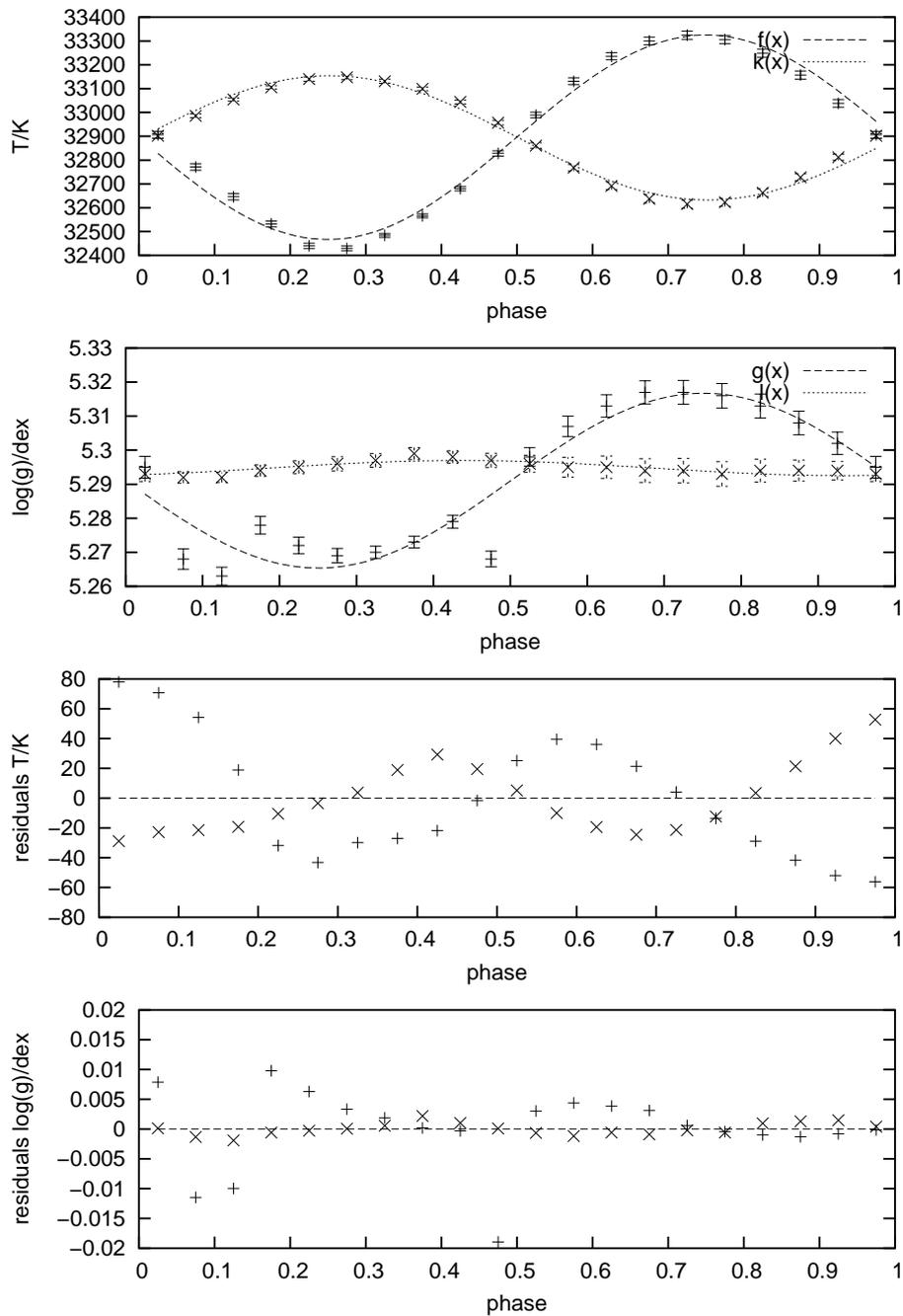


Abbildung 6.4: Die Abbildung zeigt den Verlauf der Zustandsgrößen sowie deren Residuen für die nichtradialen Moden mit  $l = 1$ ,  $|m| = 1$  (mit WAQR). Die Werte der Mode  $m = +1$  sind durch Kreuze dargestellt.  $f(x)$  und  $g(x)$  sind die sinusoidalen Fits der Mode mit  $m = -1$ .

## 6.4 Die nichtradiale Moden mit $l = 2$

Als nächstes wurden die Moden mit  $l = 2$  modelliert.

In Abbildung 6.5 werden die Zustandsgrößen der Mode  $l = 2, m = 0$  gezeigt. Die Temperaturamplitude dieser Mode beträgt  $777.6K$  bei einer relativ geringen Änderung der Gravitationsbeschleunigung von  $0.025dex$ .

Bei den Moden mit  $l = 2, m = \pm 1$  tritt ein wesentlich geringerer Unterschied in den  $\log g$ -Amplituden als bei  $l = 1, m = \pm 1$  auf. Nach dem Betrachten der Abbildung 2.1 wurde erwartet, dass die Moden mit  $m = \pm 1$  besonders stark ausfallen. Die Ursache dafür ist der kleine Inklinationwinkel, d.h. man blickt auf einen recht großen zentralen Bereich ohne Knotenlinien. Die beiden Moden mit  $m = \pm 1$  werden in Abbildung 6.6 dargestellt. Wie man sehen kann, sind die Amplituden dieser Moden fast so stark wie die der mit  $l = 1$ . Die Temperaturamplitude der Mode  $l = 2, m = -1$  beträgt  $722.3K$  bei einer  $\log g$ -Amplitude von  $0.046dex$ , und ist somit innerhalb der Fehlertoleranz der Beobachtung nahezu ununterscheidbar von der Mode  $l = 1, m = -1$ . Die Mode  $l = 2, m = +1$  weist eine Temperaturänderung von  $266.6K$  mit einer Variation der Oberflächenbeschleunigung von  $0.013dex$ . Diese ist wesentlich größer als bei der Mode mit  $l = 1, m = +1$ , was aufgrund des kleinen Inklinationwinkels bereits vermutet wurde.

Weiterhin auffällig ist, dass bei der Mode  $l = 2, m = +1$ , die Temperatur- und  $\log g$ -Kurve ( $k(X)$  und  $l(x)$ ) um einen Faktor  $\pi$  phasenverschoben sind. Dies tritt ausschließlich bei Moden mit positivem  $m$  auf. Bereits bei der Mode  $l = 1, m = +1$  wurde bemerkt, dass sich die Zustandsgrößen nicht mehr exakt in Phase ändern. Allgemein lässt sich sagen, dass nur bei den Moden mit  $m \leq 0$  die Variationen exakt in Phase verlaufen.

Als nächstes werden die Moden mit  $m = \pm 2$  in Abbildung 6.7 dargestellt. Zunächst fällt auf, dass auch hier bei der Mode mit positivem  $m$ , Temperatur- und  $\log g$ -Kurven nicht in Phase sind. Die Amplituden dieser Mode ( $m = +2$ ) sind  $32,7K$  bei  $0.009dex$ ; damit ist sie erneut schwächer, als ihr Pendant  $m = -2$ . Die Temperaturamplitude von  $m = -2$  liegt bei  $175.5K$  bei einer Oberflächenbeschleunigung von  $0.013dex$ .

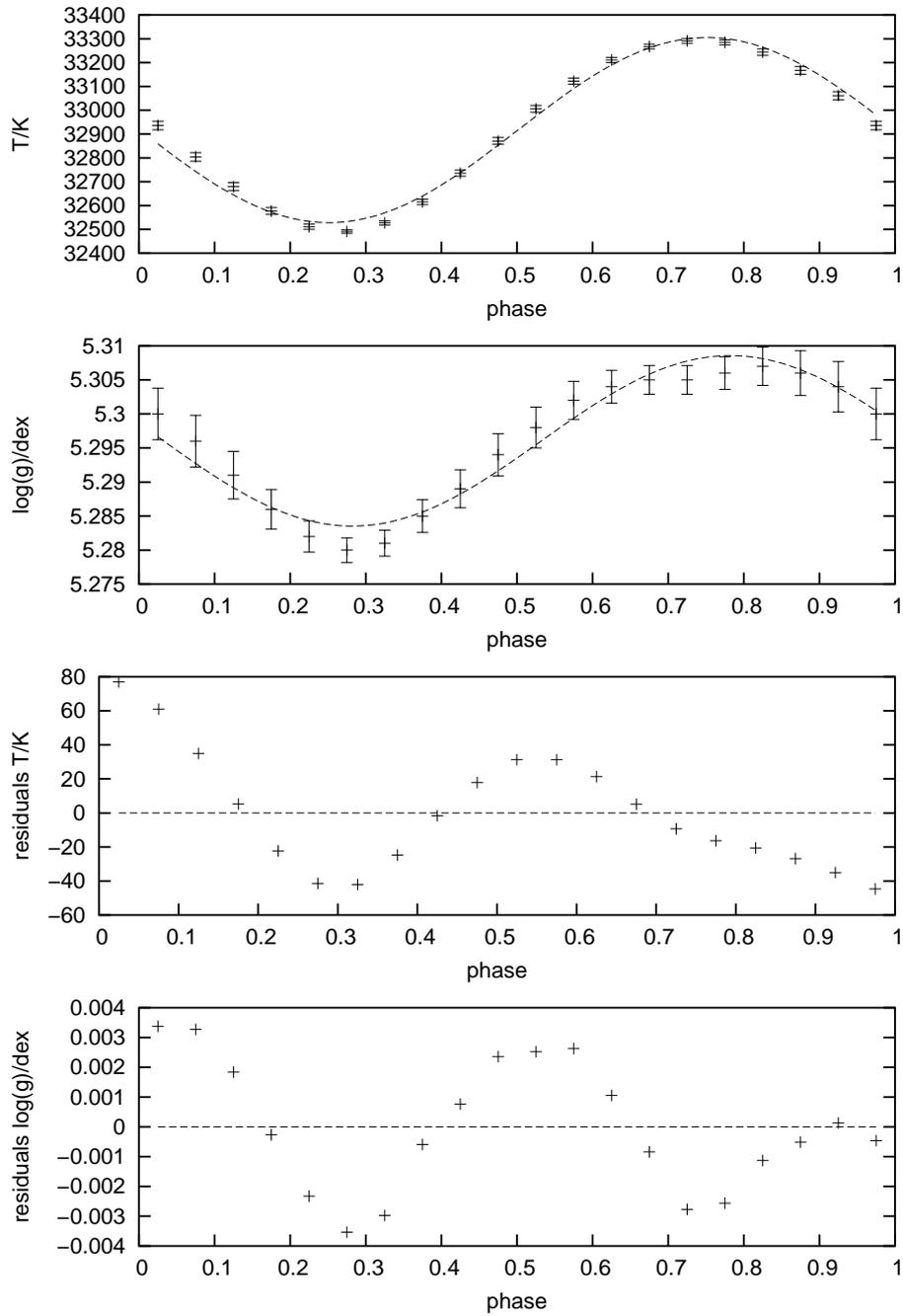


Abbildung 6.5: Die Abbildung zeigt den Verlauf der Zustandsgrößen sowie deren Residuen für die nichtradiale Mode  $l = 2, m = 0$  (mit WAQR).

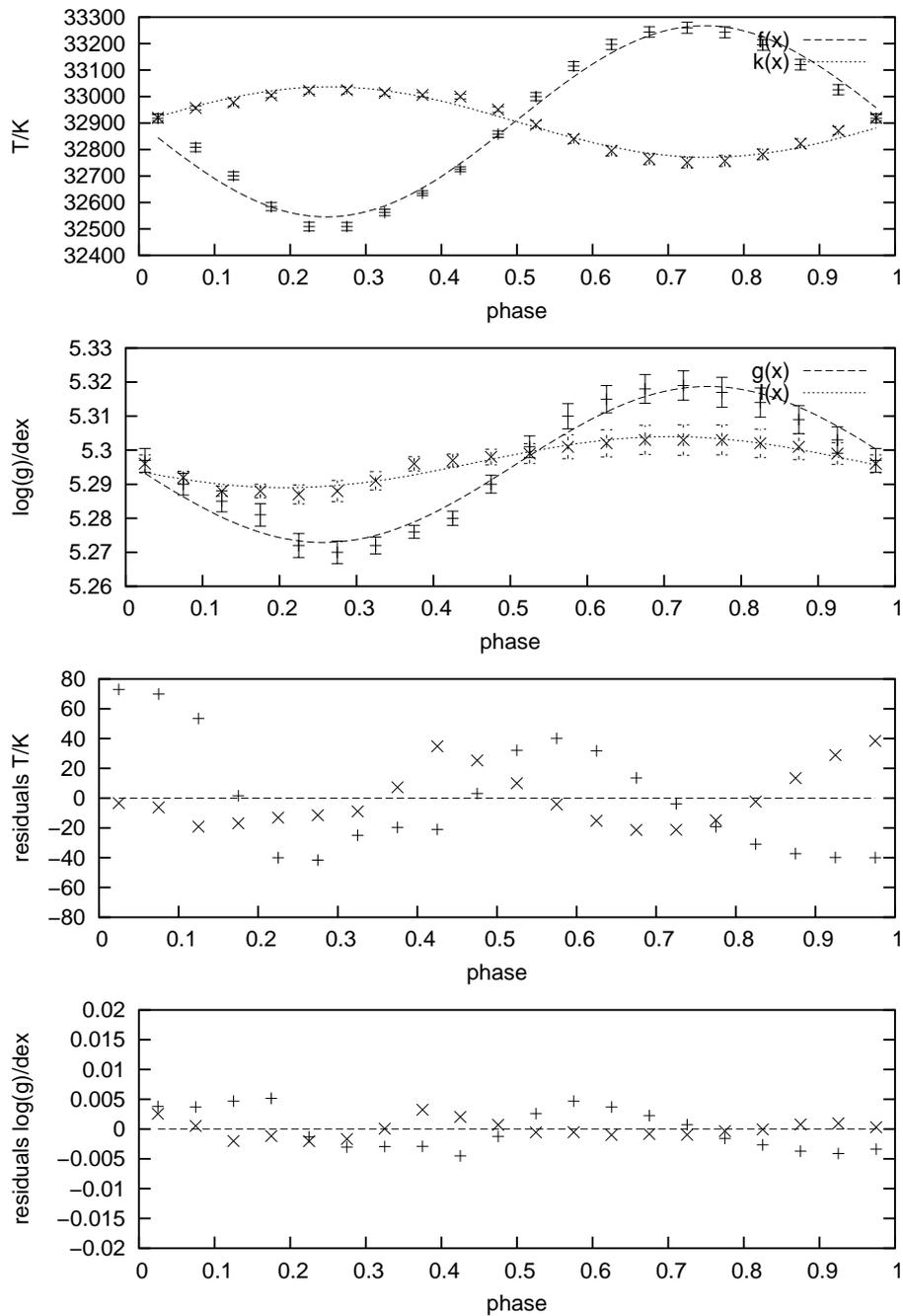


Abbildung 6.6: Die Abbildung zeigt den Verlauf der Zustandsgrößen sowie deren Residuen für die nichtradialen Moden  $l = 2, |m| = 1$  (mit WAQR). Die Werte der Mode  $m = +1$  sind durch Kreuze dargestellt.  $f(x)$  und  $g(x)$  sind die sinusoidalen Fits der Mode mit  $m = -1$ .

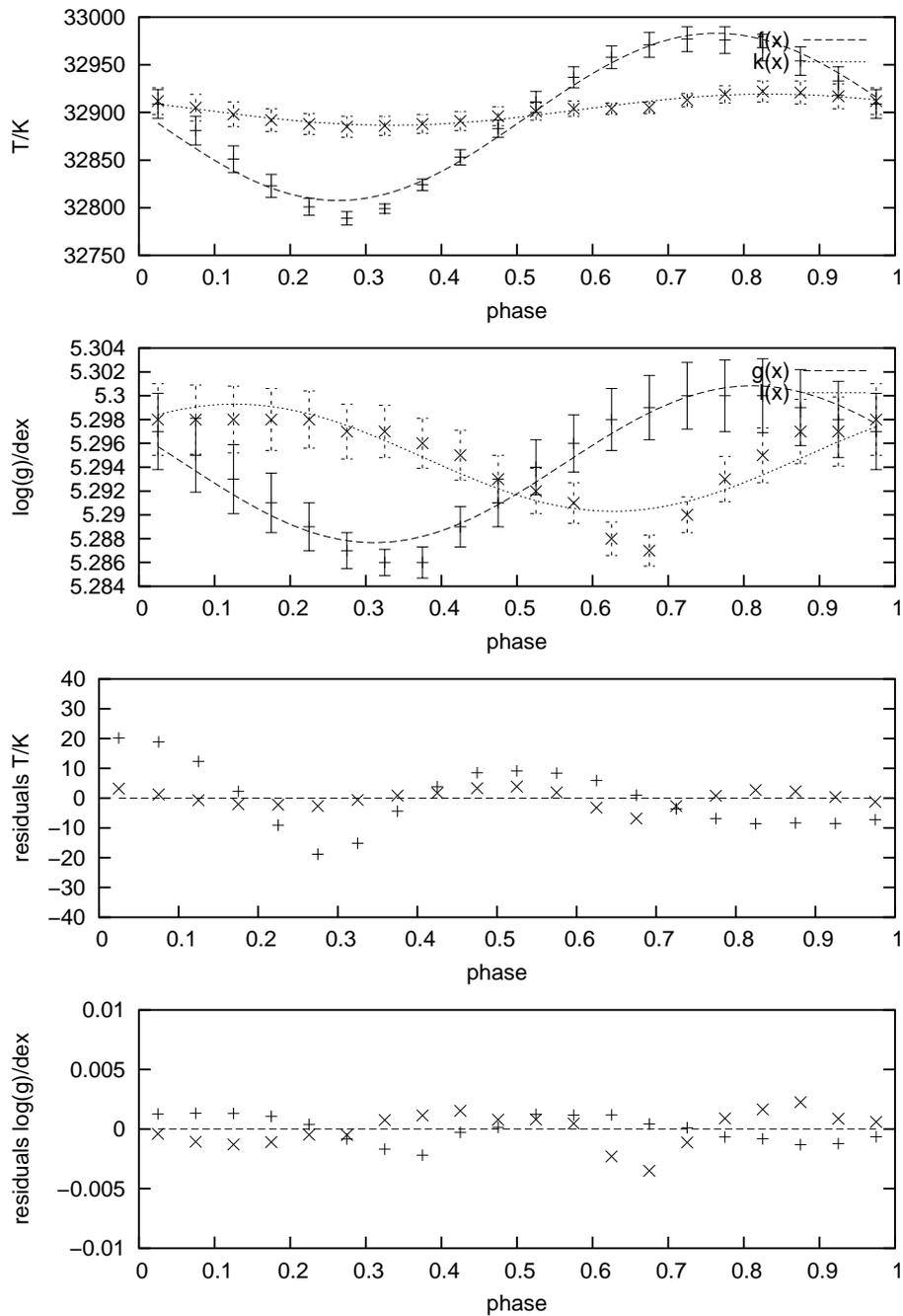


Abbildung 6.7: Die Abbildung zeigt den Verlauf der Zustandsgrößen sowie deren Residuen für die nichtradialen Moden  $l = 2, |m| = 2$  (mit WAQR). Die Werte der Mode  $m = +2$  sind durch Kreuze dargestellt.  $f(x)$  und  $g(x)$  sind die sinusoidalen Fits der Mode mit  $m = -2$ .

## 6.5 Die Moden mit $l = 3$

Wie bereits erwähnt, werden bei dem anschließenden Versuch der Identifikation der Pulsationen die Moden mit  $l = 3$  nicht berücksichtigt. Der Grund dafür sind ihre geringen Amplituden. Wie anschaulich nachzuvollziehen ist, sind hinsichtlich der Temperatur bei festem  $l$ , immer die Moden mit  $m = 0$  am stärksten. Daher wurde zunächst die Mode mit  $l = 3, m = 0$  modelliert. Ihr Temperatur- und  $\log g$ -verlauf ist in Abbildung 6.8 zu sehen. Die Tem-

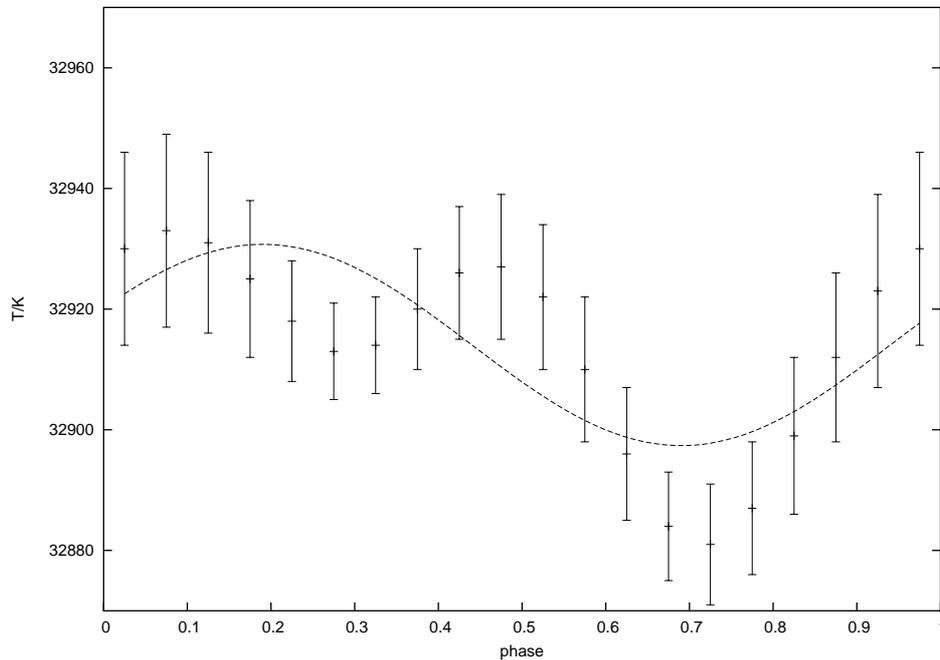


Abbildung 6.8: Die Abbildung zeigt den Verlauf der Temperatur und der Gravitationsbeschleunigung für die Mode  $l = 3, m = 0$  (mit WAQR) und einen Versuch an die Punkte einen Sinus-fit anzupassen um die Amplituden zu bestimmen.

peraturamplitude dieser Schwingung beträgt nur etwa  $33.36K$  bei  $0.0055dex$  Änderung des  $\log g$ . Daher fallen die Amplituden für  $m \neq 0$  keinesfalls wesentlich größer aus. Diese Werte liegen im Bereich der  $1\sigma$ -Fehler, die beim anfitzen von Modellspektren entstehen; aus diesem Grund ist es nahezu ausgeschlossen mit dieser Methode solche Moden zu identifizieren.

# Kapitel 7

## Vergleich und Interpretation

Im folgenden Kapitel sollen nun die Ergebnisse der Modellierung und die Daten der MSST-Kampagne verglichen werden. Aus diesem Vergleich ist die Identifikation der Quantenzahlen der Pulsation zu erwarten. Schlechtestenfalls lassen sich lediglich einige unpassende Kandidaten finden und ausschließen. Da die Methode des phasebinning mit einem festem Bezugszeitpunkt für die Phase arbeitet, wurden bei den folgenden Abbildungen die Phasen manuell angeglichen. Außerdem wurden zusätzlich die Mittelwerte der Variationen angepasst.

### 7.1 Die dominante Pulsation f1 bei 481.74s

Betrachtet man die Tabellen 4.1 und 6.1 stellt man auf den ersten Blick fest, dass die modellierten Werte für die Oberflächenbeschleunigung wesentlich niedriger als die gemessenen sind. Daher wird erwartet dass die modellierten  $\log g$ -Variationen allgemein zu niedrig ausfallen.

Ungeachtet dessen, wird nun die stärkste gemessene Mode f1 betrachtet. Da die  $\log g$  Amplitude 0.156 beträgt, kommt zunächst die radiale Mode  $l = 0$ ,  $m = 0$  in Frage. Allerdings sollte dann, falls f1 eine radiale Mode ist, die Temperaturamplitude um den Faktor 2 größer sein. Die Mode  $l = 1$ ,  $m = 0$  scheint deshalb die bessere Wahl zu sein, da die Temperaturamplitude wesentlich besser zu der gemessen passt. Ein gemeinsamer Plot von Observation und Modell ist in Abbildung 7.1 dargestellt. Wie zu sehen ist, stimmt der Temperaturverlauf sehr gut überein. Vor dem Hintergrund, dass  $v_{rad}^{max}$  eine maximale Amplitude ist, liefern die Modellierungen im Allgemeinen also eine obere Grenze für die Variation der Temperatur. Die viel zu niedrige Amplitude der Gravitationsbeschleunigung der modellierten Pulsation ist auch schon

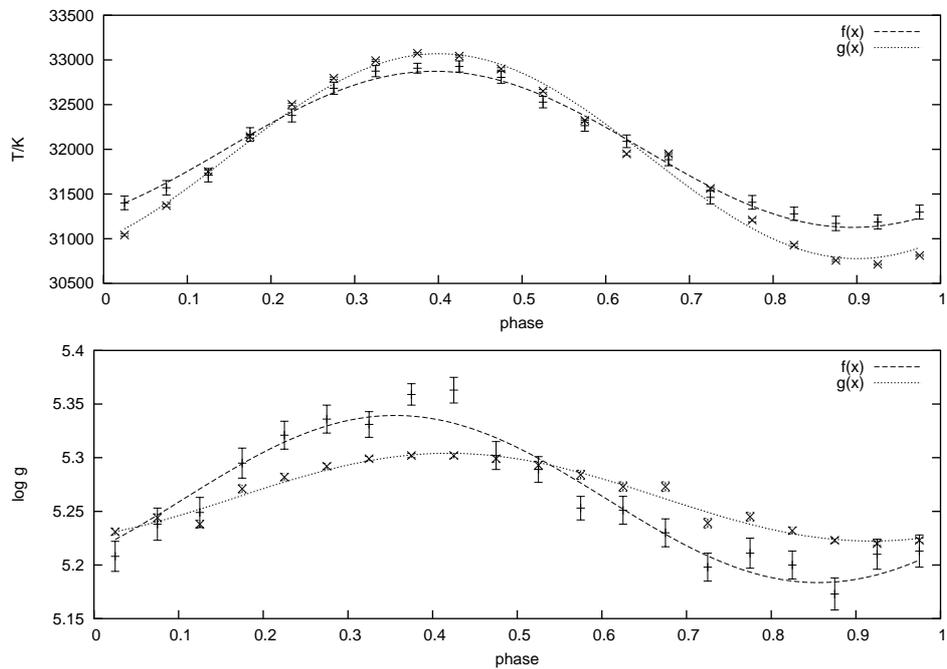


Abbildung 7.1: Die Abbildung zeigt den Verlauf der Zustandsgrößen für die nichtradiale modellierte Mode  $l = 1, m = 0$  (gekennzeichnet durch x) und die observierte Mode f1 (mit + beschriftet), beide mit Fehlerbalken.  $f(x)$  und  $g(x)$  sind die sinusoidalen Fits der Modellkurve und der Observation.

bei Telting & Østensen (2004) aufgefallen, als sie den pulsierenden sdB-Stern PG1325+101 untersuchten. Es wird erwartet, dass dies ein Effekt ist, der bei jeder Modellierung auftritt. Diese Problematik der Theorie kann an dieser Stelle jedoch nicht beseitigt werden. Die  $\log g$ -Amplituden scheinen bisher um etwa einen Faktor 2 zu niedrig.

## 7.2 Die Pulsation f2 bei 475.61s

Als nächstes wird die Mode f2 mit den Daten der Modellierung verglichen. Die zweite und dritte Mode zeigen in etwa die gleichen Amplituden. Allerdings wurde der zweiten ein höherer Wert bei der Radialgeschwindigkeitsanalyse zugeordnet. Die zweitstärkste modellierte nichtradiale Mode ist die mit  $l = 1$  und  $m = -1$ . Dargestellt werden die beiden Kurven in Abbildung 7.2. In

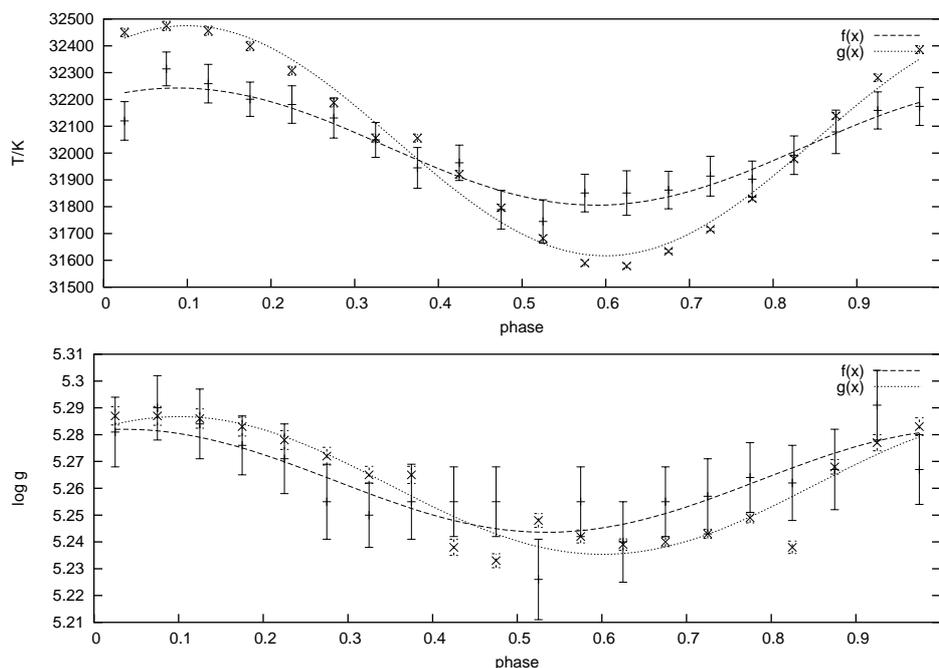


Abbildung 7.2: Die Abbildung zeigt den Verlauf der Zustandsgrößen für die nichtradiale modellierte Mode  $l = 1, m = -1$  (gekennzeichnet durch x) und die beobachtete Mode f2 (mit + beschriftet), beide mit Fehlerbalken.  $f(x)$  und  $g(x)$  sind die sinusoidalen Fits der Modellkurve und der Observation.

diesem Fall erscheint ebenfalls die Temperaturamplitude der Modellierung zu groß, während die  $\log g$ -Variation ziemlich genau wiedergegeben wird. Letztlich bleibt anzumerken, dass die beiden beobachteten Pulsationen f2 und f3 sowohl in der Periode als auch bei den Amplituden sehr nahe zusammen liegen. Daher sind diese beiden nicht eindeutig zu unterscheiden. Allerdings waren nur zwei modellierte Moden zu finden, deren Amplituden im gesuchten Bereich lagen.

### 7.3 Die Pulsation f3 bei 475.76s

Da die Pulsationen f2 und f3, von der Amplitude her, nicht zu unterscheiden sind, wurde nach einer modellierten Mode gesucht, die genauso stark ist, wie  $l = 1, m = -1$ . Die Mode mit  $l = 2, m = 0$  weist, obwohl ihre Temperaturamplitude die größte ist, nur die zweitstärkste  $\log g$ -Variation auf. Aus diesem Grund scheint die Mode  $l = 2, m = -1$  wesentlich wahrscheinlicher. In Abbildung 7.3 werden die beiden Kurven miteinander verglichen. Die Temperaturamplitude ist offensichtlich etwas zu hoch; dennoch trifft die-

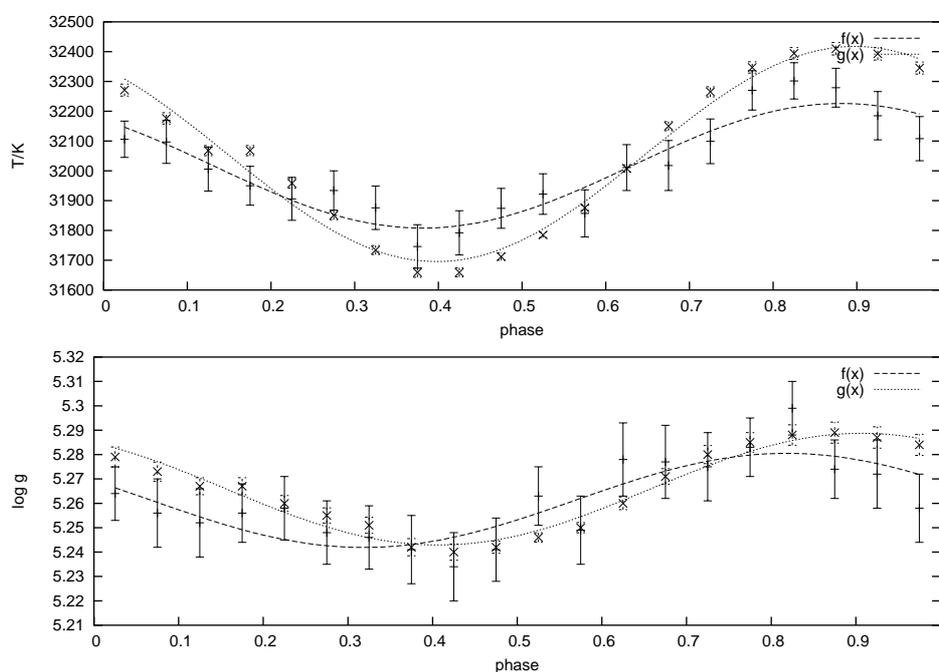


Abbildung 7.3: Die Abbildung zeigt den Verlauf der Zustandsgrößen für die nichtradiale modellierte Mode  $l = 2, m = -1$  (gekennzeichnet durch x) und die observierte Mode f3 (mit + beschriftet), beide mit Fehlerbalken.  $f(x)$  und  $g(x)$  sind die sinusoidalen Fits der Modellkurve und der Observation.

se Mode am besten die gesuchten Amplituden. An dieser Stelle sei nochmals angemerkt, dass es anhand dieser Analyse nicht möglich ist, zwischen den Pulsationen f2 und f3 zu unterscheiden. Es lässt sich nur sagen, dass f3 entweder  $l = 1, m = -1$  oder  $l = 2, m = -1$  darstellt; f2 ist dann die andere von beiden.

## 7.4 Die Pulsation f4 bei 364.56s

Bei der, in dieser Analyse, schwächsten detektierten Pulsation f4, merkt man wie die Methode der Linienprofilvariation langsam an ihre Grenzen stößt. Bereits in Kapitel 4.1 wurde bemerkt, dass die gefitteten Amplituden nur noch in der Größenordnung der  $1\sigma$ -Fehler der *FITPROF* Prozedur liegen. Die Mode  $l = 2, m = +1$  würde aufgrund der Amplituden besser zu f4 passen, scheidet aber aus, da sich bei f4 die Zustandsgrößen in Phase ändern. Daher verbleibt nur noch  $l = 2, m = -2$ ; die entsprechenden Kurven werden in Abbildung 7.4 gezeigt. Die modellierten Amplituden sind wesentlich größer als

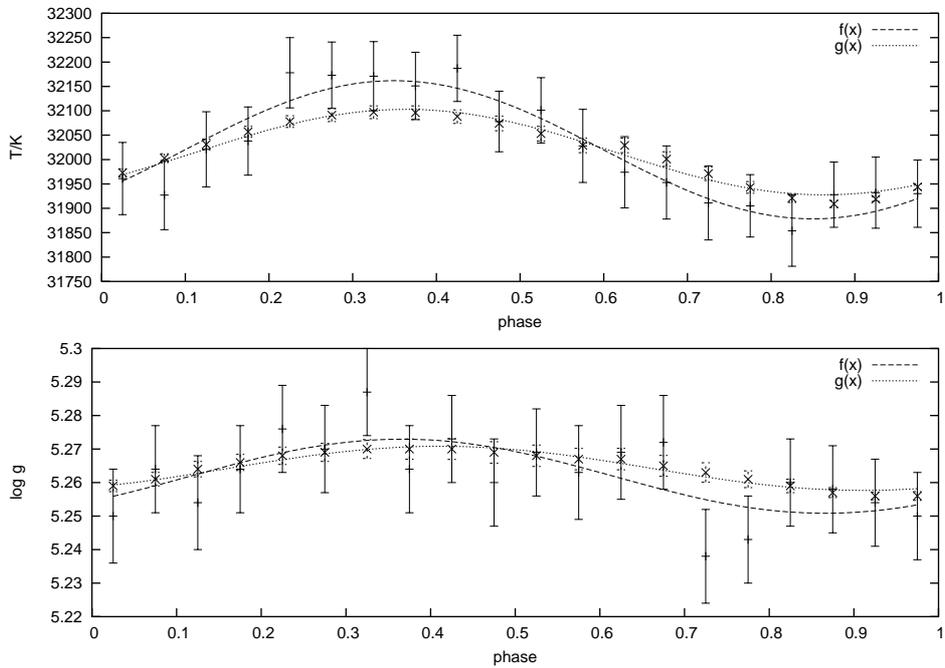


Abbildung 7.4: Die Abbildung zeigt den Verlauf der Zustandsgrößen für die nichtradiale modellierte Mode  $l = 1, m = -2$  (gekennzeichnet durch x) und die observierte Mode f4 (mit + beschriftet), beide mit Fehlerbalken.  $f(x)$  und  $g(x)$  sind die sinusoidalen Fits der Modellkurve und der Observation.

die gemessenen. Allerdings wurde mit der größten Pulsationsgeschwindigkeit  $v_{rad}^{max} = 15.429$  modelliert. Dennoch ist diese Mode eigentlich die einzige, die für f4 in Frage kommt.



# Kapitel 8

## Ausblick

Die Auswertung der zeitaufgelösten Spektroskopie der MSST-Kampagne ist nun größtenteils beendet. Alle Möglichkeiten, die im Rahmen dieser Diplomarbeit lagen, wurden dabei voll ausgeschöpft. In diesem Kapitel sollen daher andere mögliche Zugänge zur Asteroseismologie vorgestellt werden, um durch weiterführende Arbeit dieses interessante Gebiet besser zu erschließen.

Eine Möglichkeit dazu wäre, Spektren in anderen Wellenlängenbereichen zu betrachten, um dort nach Veränderungen im Linienprofil zu suchen. Beispielsweise benutzte T. Stahn (Diplomarbeit 2005) einen FUSE Datensatz und wies damit die stärksten bekannten Pulsationen von PG1605+072 nach. Problematisch sind bei solchen Beobachtungen vor allem die geringe Zeitbasis und die schlechte Frequenzauflösung. Nichtsdestotrotz stellen solche Methoden einen unabhängigen Zugang zur weiteren Erforschung stellarer Pulsation dar.

Eine weitere Möglichkeit sind die traditionellen photometrischen Beobachtungen. Da photometrische Beobachtungen relativ einfach durchzuführen sind, stellen sie bis heute den Grundstein astronomischer Beobachtungen dar. Außerdem sind sie mit einer vergleichsweise einfachen Apparatur aufzuzeichnen. Weiterhin ist die Möglichkeit einer sehr großen Zeitbasis bei asteroseismologischen Untersuchungen als ein zusätzlicher Pluspunkt zu betrachten. Radial und nichtradial pulsierende Sterne zeigen Helligkeitsschwankungen; im Falle schwacher nichtradialer Moden sind diese jedoch äußerst gering. Im Zuge der MSST-Kampagne wurden ebenfalls Unmengen an Photometriedaten gesammelt. Dieser enorme Satz an Photometriedaten stellt vielleicht eine Möglichkeit dar auch so schwache Schwankungen in der Helligkeit zu detektieren. Damit hätte man unter Umständen die Möglichkeit, eine weitere Identifikationsmethode zu gewinnen. Bisher wurden diese Daten noch nicht erschöpfend ausgewertet.

## Photometriedaten der MSST-Kampagne

Der photometrische Datensatz von PG1605+072 besitzt eine weitaus höhere Frequenzauflösung, als andere vergleichbare Beobachtungen. Dadurch könnten besonders die schwächeren Moden wesentlich genauer vermessen werden. Neue Informationen könnten aus einem Vergleich des Verlaufs der Radialgeschwindigkeit und der Intensität für die unterschiedlichen Moden gewonnen werden.

Die erstmalige Anwendung eines quadratischen wellenlängenabhängigen Randverdunkelungsgesetzes stellt nur den ersten Schritt zu einem besseren Verständnis der Linienentstehung dar. Besonders wichtig wird dieser Effekt, bei der Betrachtung des Balmer-Sprungs zum UV Bereich hin. Dort treten sehr starke Abweichungen von der bisherigen Randverdunkelung auf. Dem gilt es mit Hilfe einer exakteren Behandlung des Opazitätsverlaufs entgegenzutreten. Allgemein gesagt, spielt die Änderung des Randverdunkelungskoeffizienten mit abnehmender Wellenlänge eine größere Rolle.

Bei einer Mehrfarbenphotometrie wäre aus diesem Grund eine angepasste Beschreibung der Randverdunkelung für jeden Spektralbereich des Filters notwendig. So erhält man Informationen aus völlig unterschiedlichen Spektralbereichen und kann diese kombinieren. Dies führt dazu, dass man eine wesentlich umfassendere und deshalb zuverlässigere Analyse durchführen kann. Deshalb stellt diese weiterführende Mehrfarbenphotometrie ein sehr mächtiges Mittel dar, um stellare Pulsationen in Zukunft noch besser erforschen zu können.

# Anhang A

## Ergebnisse der Daten aller Observatorien

| Mode | NOT<br>$\pm \frac{\Delta T}{2}$ in K | NOT<br>$\pm$ ASF in % | SSO<br>$\pm \frac{\Delta T}{2}$ in K | SSO<br>$\pm$ ASF in % | DANISH<br>$\pm \frac{\Delta T}{2}$ in K | DANISH<br>$\pm$ ASF in % |
|------|--------------------------------------|-----------------------|--------------------------------------|-----------------------|---|--------------------------|
| f1   | 840.9                                | 4.6                   | 808.9                                | 11.8                  | 793.6                                   | 5.6                      |
| f2   | 212.6                                | 15.0                  | 379.2                                | 32.6                  | 377.6                                   | 12.4                     |
| f3   | 300.3                                | 8.1                   | 264.9                                | 39.4                  | 299.1                                   | 13.8                     |
| f4   | 194.5                                | 10.2                  | 50.0                                 | 253.9                 | 145.9                                   | 41.5                     |

Tabelle 8.1: Angegeben sind die Semi-Amplituden der vier sinusoidalen Fits für die drei bisher nicht gezeigten anderen Datensätze. Zusätzlich sind zu den gefitteten Amplituden noch die asymptotischen Standard Fehler in Prozent angegeben. Diese spiegeln daher ebenfalls die Güte der Daten wieder.

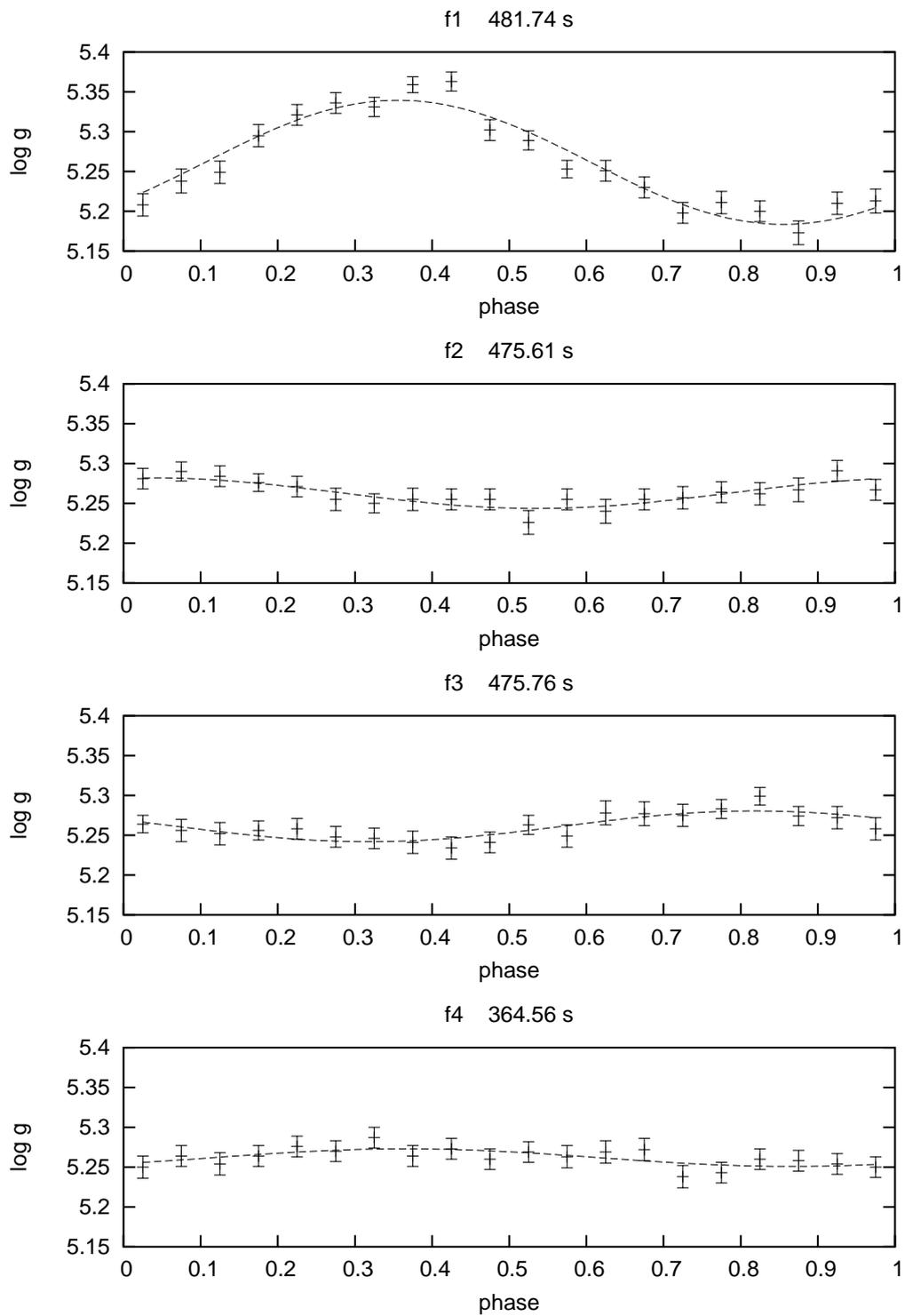


Abbildung 8.1: Die Abbildung zeigt den Verlauf der Schwerebeschleunigung für die vier untersuchten Moden, detektiert aus den Steward Daten.

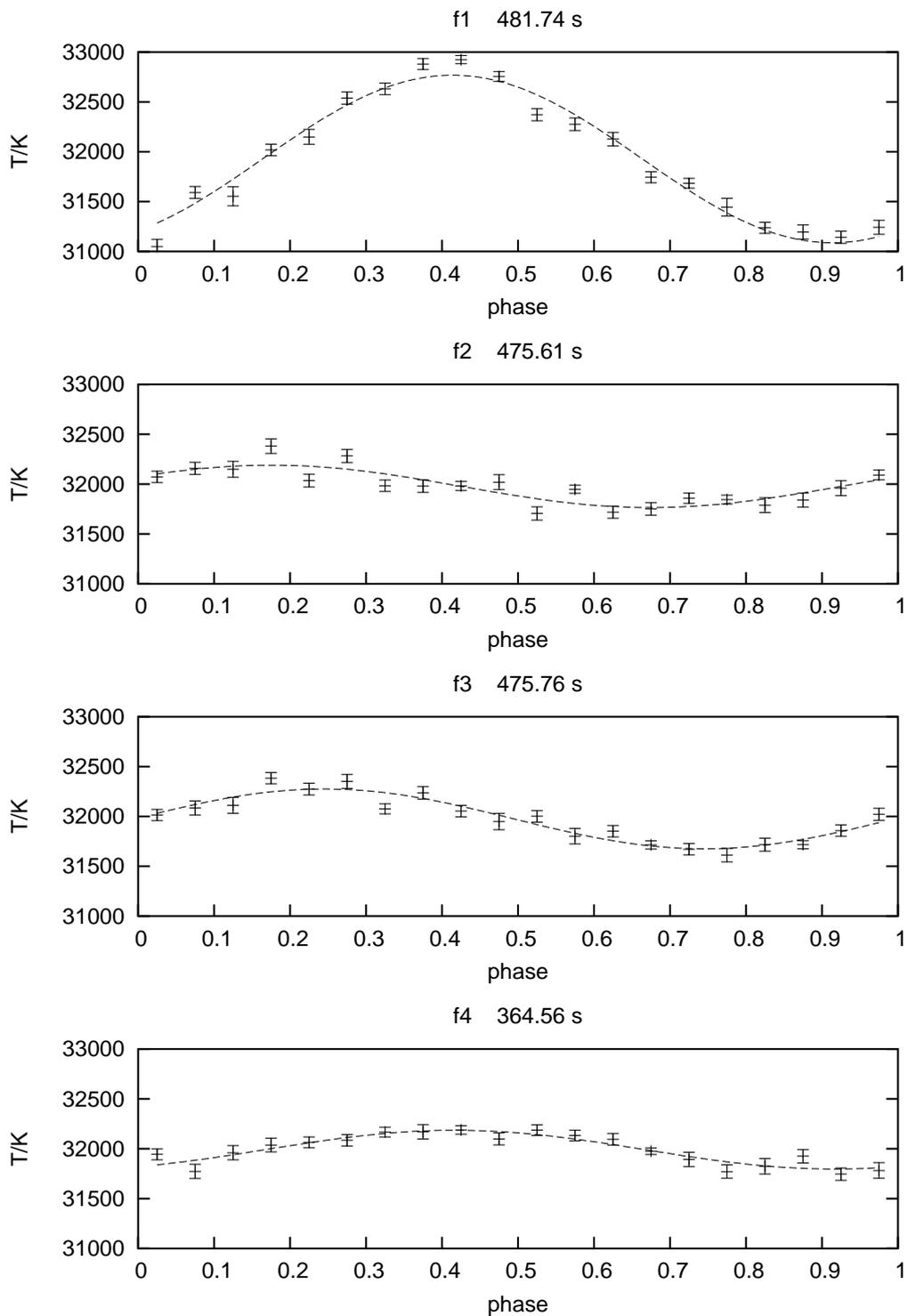


Abbildung 8.2: Die Abbildung zeigt den Verlauf der Temperatur, ermittelt aus dem NOT Datensatz. Gezeigt werden die vier untersuchten Moden mit sinusoidalen Fits.

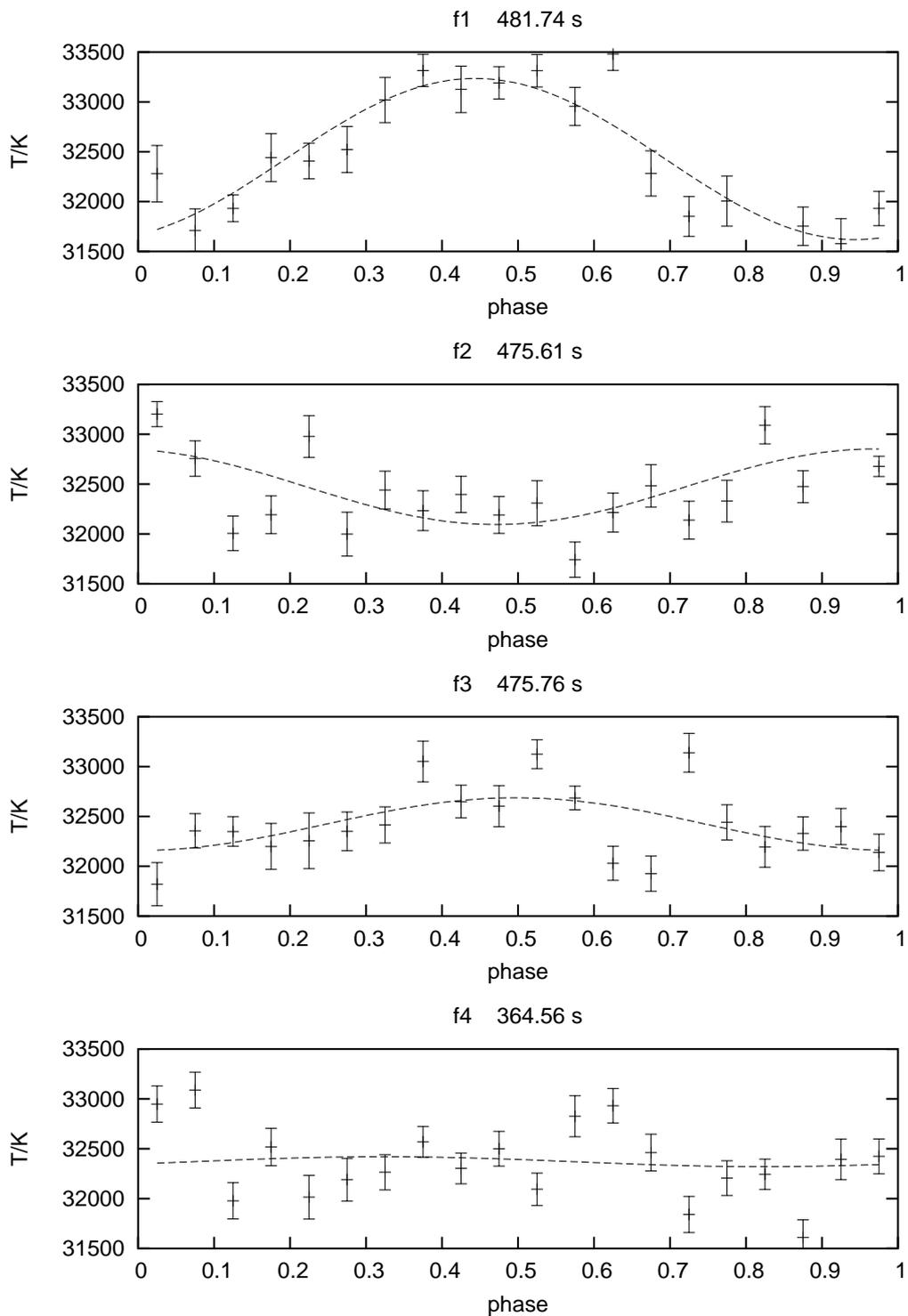


Abbildung 8.3: Die Abbildung zeigt den Verlauf der Temperatur für die vier untersuchten Moden, rekonstruiert aus den SSO Daten.

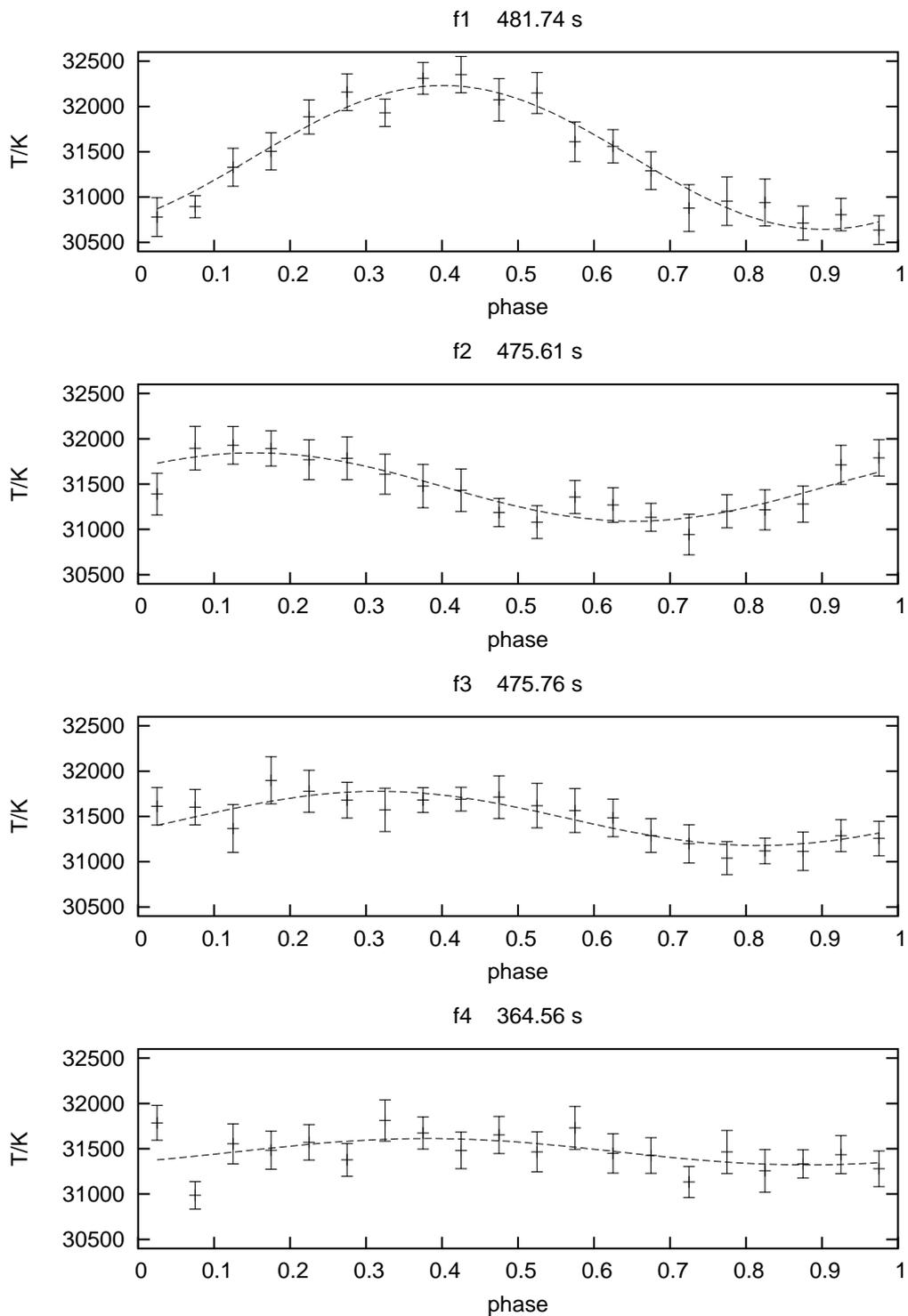


Abbildung 8.4: Die Abbildung zeigt den Verlauf der Temperatur, ermittelt aus dem DANISH Datensatz. Gezeigt werden die vier untersuchten Moden mit sinusoidalen Fits.

# Anhang B

## Syntax der Steuerdateien von *BRUCE* und *KYLIE*

Bei den Parameterdateien die die Programme *BRUCE* und *KYLIE* steuern, handelt es sich um ASCII Dateien. Darin sind die Parameter festgelegt, die für die Modellierung stellarer Pulsationen notwendig sind (Townsend, 1997). In der hier benutzten Version wurden bereits einige Anpassungen an die verwendeten synthetischen Modellspektren von S. Falter (2001) vorgenommen. Außerdem enthalten die Parameterdateien die Steuerbefehle; daher soll nun ihr Syntax vorgestellt werden. Alle Befehle sind nach folgendem Schema aufgebaut:

$$\#\langle\text{Kommando}\rangle \{ \langle\text{Parameter1}\rangle \langle\text{Parameter2}\rangle\dots \}$$

Der Platzhalter  $\langle\text{Kommando}\rangle$  bestimmt die Rubrik der Parameter, die in der geschweiften Klammer spezifiziert werden müssen.  $\langle\text{Parameter}\rangle$  bestimmt dann den Befehl im Einzelnen, wobei die Reihenfolge der Befehle egal ist. In nachfolgenden Tabellen sind die Parameter der verwendeten Version 2.84-2 vom 24. Januar 2001 erklärt.

### B.1 *BRUCE*

Die verschiedenen Rubriken für *BRUCE* sind *#stellar*, *#fields*, *#mode* und *#timings*. Die in den Tabellen fett gedruckten Parameter müssen angegeben werden.

In der Rubrik *#stellar* (Tabelle 8.2) befinden sich die Parameter, die zur Erzeugung des Gleichgewichtsgitters benötigt werden. In der Parameterdatei darf nur ein *#stellar*-Befehl auftauchen. Die Parameter **polar\_log\_gravity: g** und **stellar\_mass: M** schließen sich gegenseitig aus.

Die Parameter, welche die Störungen, die auf das Gleichgewichtsgitter wirken

| Parameter                     | Erklärung  |
|-------------------------------|--|
| <b>polar_radius: R</b>        | polarer Radius in $R_{\odot}$                        |
| <b>polar_temperature: T</b>   | polare Temperatur in K                               |
| <b>polar_log_gravity: g</b>   | polare logarithmische Schwerebeschleunigung in $dex$ |
| <b>stellar_mass: M</b>        | Masse des Sterns in $M_{\odot}$                      |
| <b>equatorial_velocity: v</b> | Rotationsgeschwindigkeit am Äquator in $kms^{-1}$    |
| <b>polar_inclination: i</b>   | Neigung der Achse des Pols in Grad                   |
| zeiphel_beta: b               | Gravitationsverdunkelungskoeffizient (default=0.25)  |

Tabelle 8.2: BRUCE Parameter der Rubrik #stellar

| Parameter                          | Erklärung  |
|------------------------------------|--|
| <b>number_of_fields: n</b>         | Anzahl der Zeitschritte  |
| <b>dump_filestub: &lt;file&gt;</b> | Name der Ausgabedatei <file>nnn<br>nnn ist der Index der Schritte  |
| matrix_dimension: N                | Dimension der Matrizen für die Berechnung der Zustände (default: Beschreibung durch nur ein $\Psi_{l,m}$ ) |
| normal_fields                      | radiale Geschwindigkeit zeigt in die Richtung der Normalenvektoren (default: radiale Richtung)             |
| temperature_effects                | Berücksichtigen von Temperaturstörungen  |
| pressure_effects                   | Berücksichtigen von Druckstörungen   |
| area_effects                       | Berücksichtigen von Flächenstörungen   |
| normal_effects                     | Berücksichtigen von Störungen des Normalenvektors  |
| horizontal_velocity_fields         | Berücksichtigen von horizontalen Geschwindigkeitsstörungen   |
| physical_amplitudes                | Die Amplituden der #mode-Rubrik sind physikalische Amplituden (default: $v_{max}$ )                        |

Tabelle 8.3: Parameter der Rubrik #fields

sollen, spezifizieren, sind alle in der Rubrik #fields (Tabelle 8.3) zusammengefasst. Beschrieben werden die Störungen in Kapitel 5.1.3. Auch die Rubrik #fields darf ebenfalls nur einmal in der Parameterdatei auftauchen. Werden keine physikalischen Amplituden verlangt, so benutzt *BRUCE* die Geschwindigkeit als rein mathematische RMS Geschwindigkeit  $v_0$ .

Die Rubrik #mode (Tabelle 8.4) beschreibt die Pulsationen, denen der Stern unterliegt. Wie bereits erwähnt, können mehrere #mode Befehle in der Parameterdatei auftauchen, um eine Überlagerung von Pulsationsmoden zu modellieren. Die Periode im rotierenden System, im Beobachtersystem und die

| Parameter                         | Erklärung   |
|-----------------------------------|---|
| <b>l_value: l</b>                 | harmonische Quantenzahl $l$                                 |
| <b>m_value: m</b>                 | azimutale Quantenzahl $m$                                   |
| <b>velocity_amplitude: v</b>      | Amplitude der Geschwindigkeit in $km s^{-1}$                |
| <b>corotating_period: P</b>       | Periode im mitrotierenden System in h                       |
| <b>observers_period: P</b>        | Periode im ruhenden System in h                             |
| <b>nu: n</b>                      | Periode $\nu$ mit dem Wert n                                |
| initial_phase: $\phi$             | Anfangsphase der Pulsation                                  |
| temperature_amplitude: $\delta T$ | Skalenfaktor für nicht-adiabatische Temperaturstörungen     |
| temperature_phase: $\psi$         | Phasenfaktor für nicht-adiabatische Temperaturstörungen     |
| pressure_amplitude                | Skalenfaktor bei Druckstörungen                             |
| pressure_phase                    | Phasenfaktor bei Druckstörungen                             |
| horizontal_velocity_phase         | Phasenverschiebung bei horizontalen Geschwindigkeitsfeldern |

Tabelle 8.4: Parameter der Rubrik `#mode`. Es können auch mehrere `#mode`-Befehle vorkommen, um eine Überlagerung von Moden zu simulieren.

| Parameter                 | Erklärung   |
|---------------------------|---|
| <b>start_time: t</b>      | Startzeitpunkt in Stunden                                       |
| <b>finish_time: t</b>     | Endzeitpunkt in Stunden   |
| <b>use_mode_period: n</b> | vollständige Schwingungen die modelliert werden sollen          |
| write_timings_file        | Der Zeitindex der Schritte wird in einer extra Datei ausgegeben |
| include_endpoints         | Anfangs- und Endpunkt werden in die Störung miteinbezogen       |
| read_timings_file         | Zeitschritte werden aus einer externen Datei eingelesen         |

Tabelle 8.5: Parameter der Rubrik `#timings`

direkte Periode schließen sich gegenseitig aus, da jede Mode nur eine Periode haben kann.

In der `#timings` Rubrik lässt sich die Angabe von Start- und Endpunkt nicht mit der Angabe von zu durchlaufenden Schwingungen vereinbaren. Falls eine externe Zeitschritt-Datei benutzt werden soll, benötigt man keine der ersten drei Parameter.

## B.2 *KYLIE*

Für die *KYLIE* Routine gibt es in der zugehörigen Parameterdatei nur zwei verschiedene Rubriken, nämlich `#fields` und `#waveband`. Auch in den folgenden Tabellen kennzeichnen die fettgedruckten Parameter, diejenigen die spezifiziert werden müssen.

| Parameter                          | Erklärung   |
|------------------------------------|---|
| <b>number_of_fields: n</b>         | Anzahl der Zeitschritte                                       |
| <b>dump_filestub: &lt;file&gt;</b> | Name der Dateien: <file>nnn<br>nnn ist der Index der Schritte |
| limb_override: u                   | Randverdunklungskoeffizient (default=0.25)                    |

Tabelle 8.6: *KYLIE* Parameter der Rubrik `#fields`

| Parameter                       | Erklärung  |
|---------------------------------|--|
| <b>start_wavelength: l</b>      | Startwellenlänge in $\text{\AA}$                   |
| <b>finish_wavelength: l</b>     | Endwellenlänge in $\text{\AA}$                     |
| <b>wavelength_resolution: r</b> | Auflösung der Wellenlängenschritte in $\text{\AA}$ |

Tabelle 8.7: *KYLIE* Parameter der Rubrik `#waveband`

Die Parameter der Rubrik `#fields` beziehen sich auf die Ausgabedateien von *BRUCE*, die gleichzeitig die Eingabedateien für *KYLIE* sind.

In der Rubrik `#waveband` werden die Parameter der synthetischen Modellspektren definiert.

# Anhang C

## Modellierte Spektren mit WULR

| Mode<br>$l,m$ | $\Delta T$ in K<br>alte Version | $\Delta \log g$ in dex<br>alte Version |
|---------------|---------------------------------|--|
| 0,0           | 3355.6                          | 0.111                                  |
| 1,0           | 2203.4                          | 0.077                                  |
| 1,-1          | 795.6                           | 0.042                                  |
| 1,+1          | 538.5                           | 0.002                                  |
| 2,0           | 837.3                           | 0.031                                  |
| 2,-1          | 723.8                           | 0.048                                  |
| 2,+1          | 350.8                           | 0.011                                  |
| 2,-2          | 161.1                           | 0.014                                  |
| 2,+2          | 48.5                            | 0.004                                  |

Tabelle 8.8: Amplituden der modellierten Moden mit der alten *KYLIE* Version und dem wellenlängenunabhängigen linearen Randverdunkelungsgesetz (WULR)

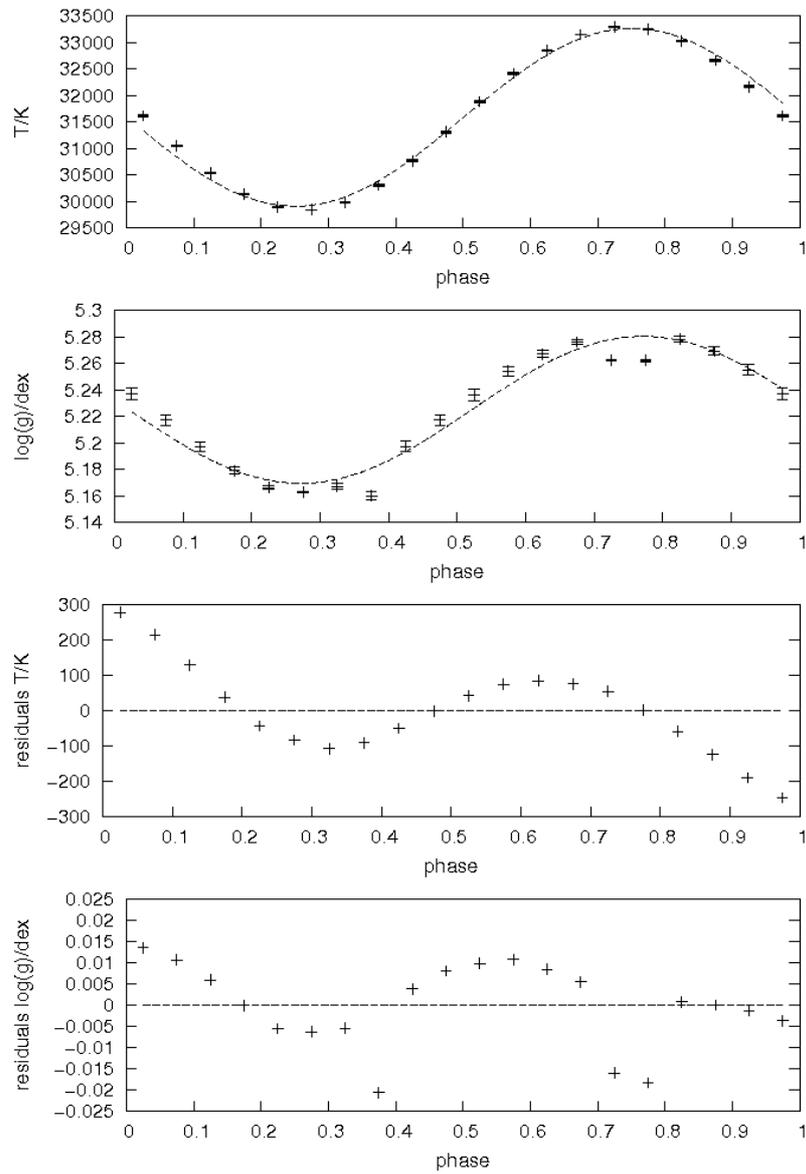


Abbildung 8.5: Die Abbildung zeigt den Verlauf der Zustandsgrößen sowie deren Residuen für die radiale Mode ( $l = 0$ ) (mit WULR).

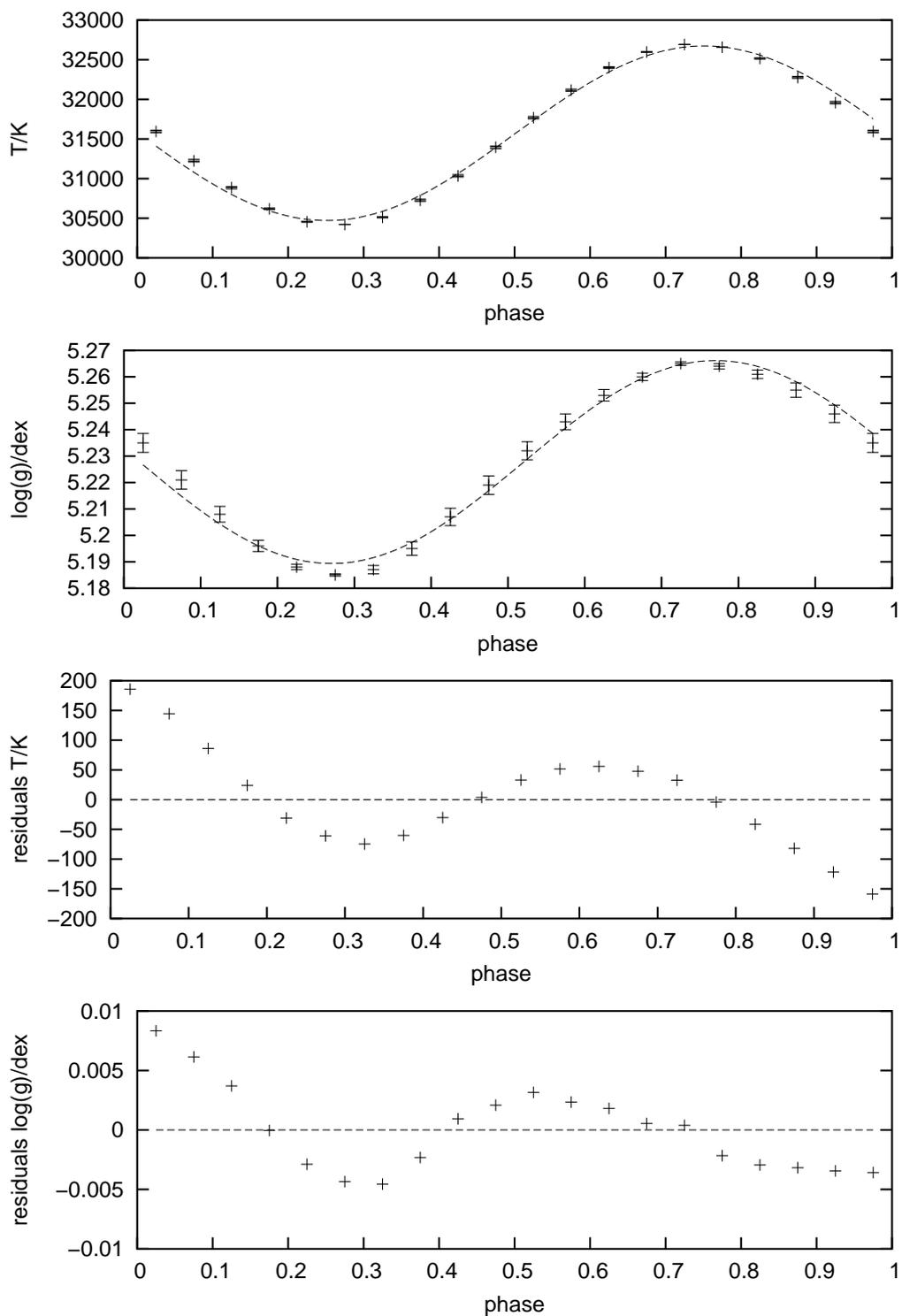


Abbildung 8.6: Die Abbildung zeigt den Verlauf der Zustandsgrößen sowie deren Residuen für die nichtradiale Mode ( $l = 1, m = 0$ ) (mit WULR).

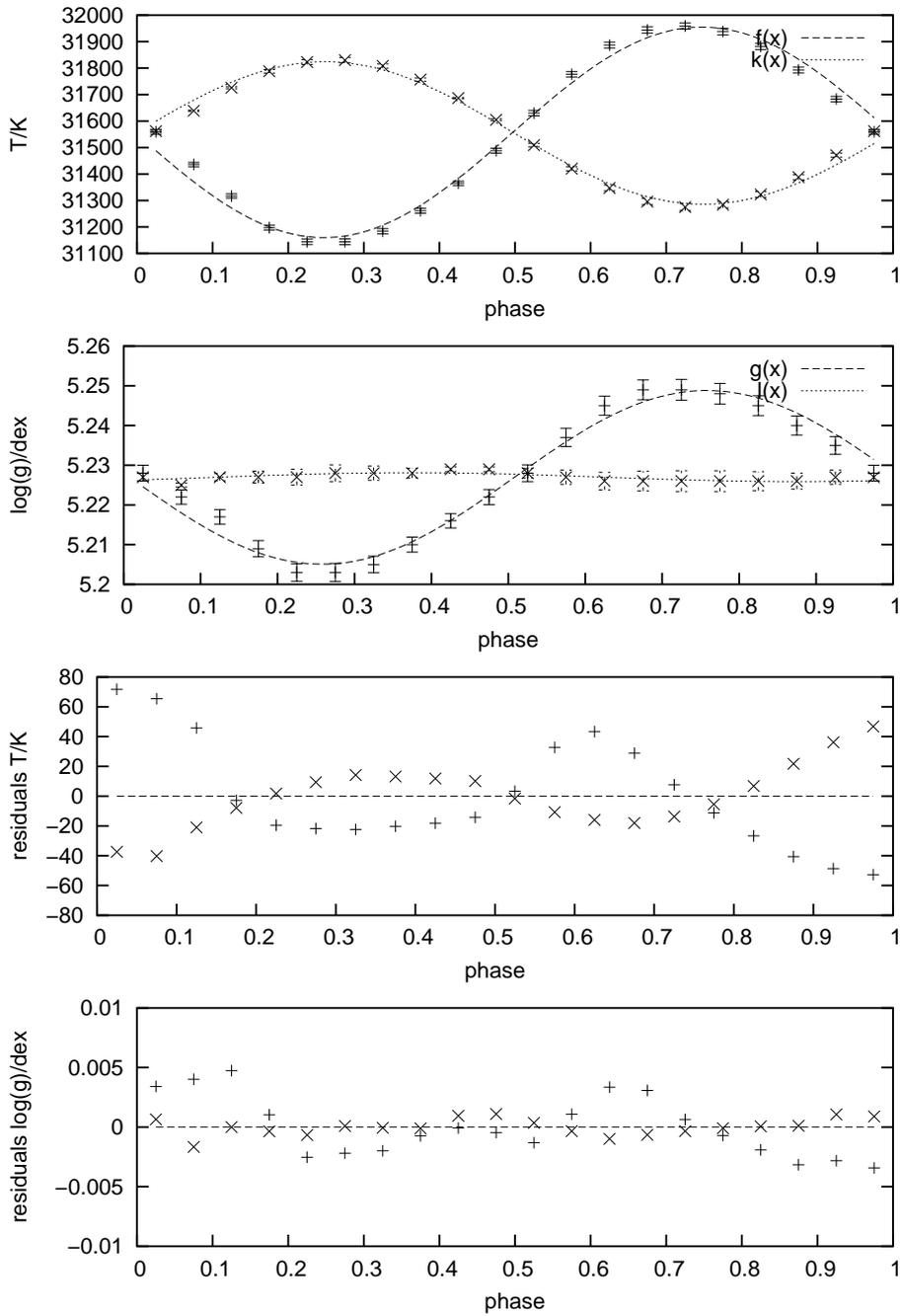


Abbildung 8.7: Die Abbildung zeigt den Verlauf der Zustandsgrößen sowie deren Residuen für die nichtradialen Moden mit  $l = 1$ ,  $|m| = 1$  (mit WULR). Die Werte der Mode  $m = +1$  sind durch Kreuze dargestellt.  $f(x)$  und  $g(x)$  sind die sinusoidalen Fits der Mode mit  $m = -1$ .

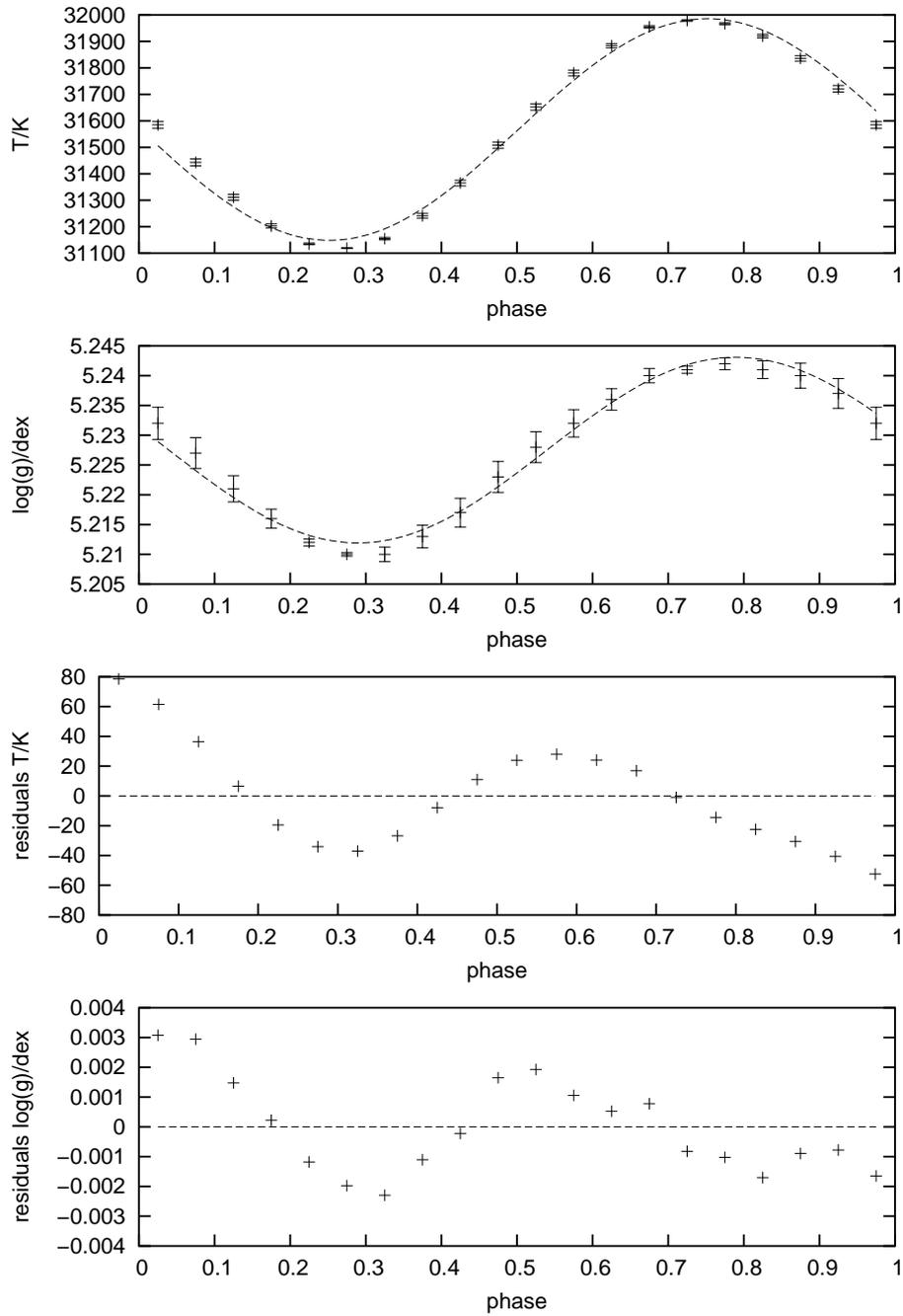


Abbildung 8.8: Die Abbildung zeigt den Verlauf der Zustandsgrößen sowie deren Residuen für die nichtradiale Mode  $l = 2, m = 0$  (mit WULR).

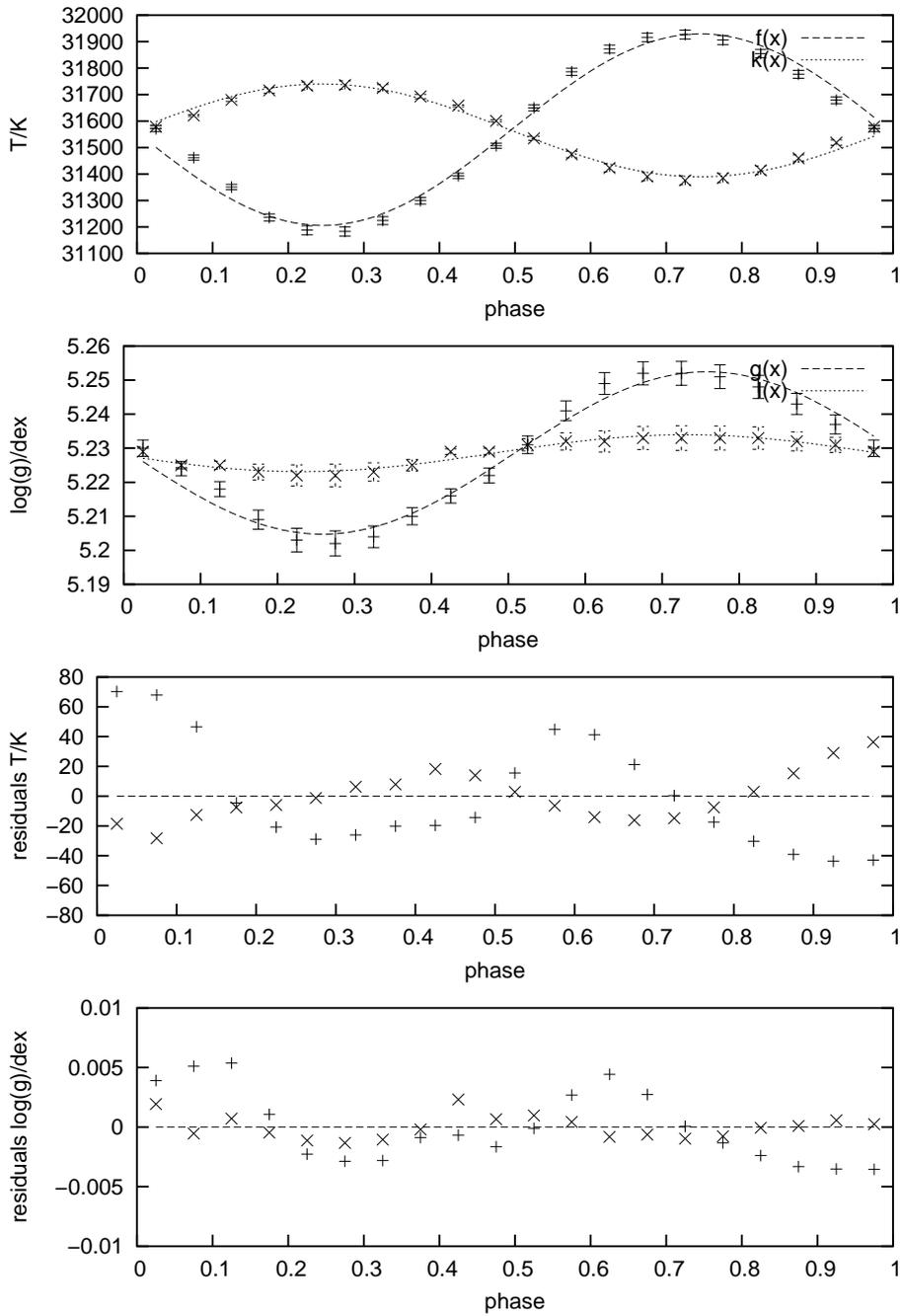


Abbildung 8.9: Die Abbildung zeigt den Verlauf der Zustandsgrößen sowie deren Residuen für die nichtradialen Moden  $l = 2, |m| = 1$  (mit WULR). Die Werte der Mode  $m = +1$  sind durch Kreuze dargestellt.  $f(x)$  und  $g(x)$  sind die sinusoidalen Fits der Mode mit  $m = -1$ .

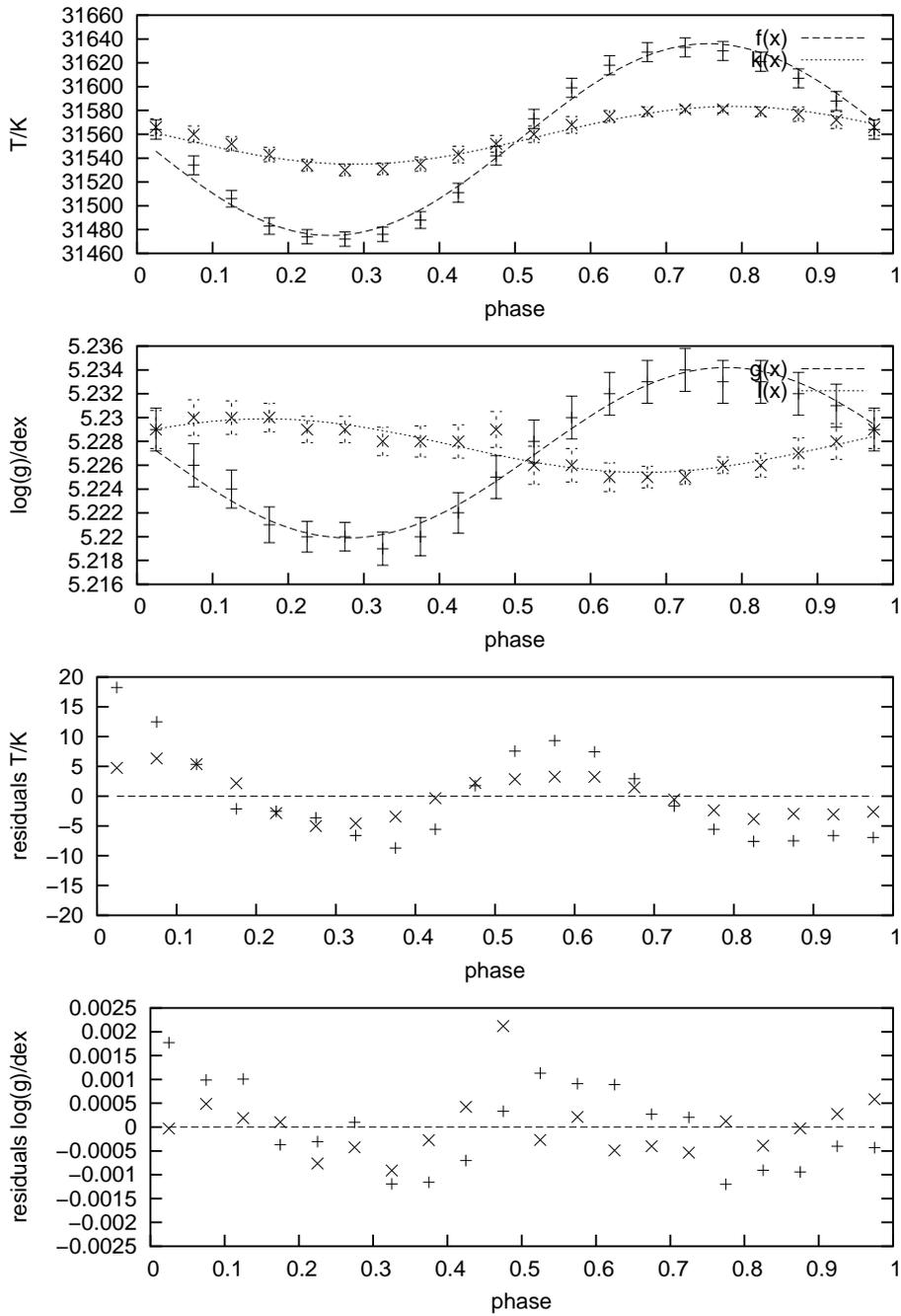


Abbildung 8.10: Die Abbildung zeigt den Verlauf der Zustandsgrößen sowie deren Residuen für die nichtradialen Moden  $l = 2, |m| = 2$  (mit WULR). Die Werte der Mode  $m = +2$  sind durch Kreuze dargestellt.  $f(x)$  und  $g(x)$  sind die sinusoidalen Fits der Mode mit  $m = -2$ .

# Literaturverzeichnis

- Allard, F., Wesemael, F., Fontaine, G. et al., 1994, AJ, **107**, 1565-1576.
- Bailyn, C.D., 1995, ARA&A, **33**, 133.
- Bergeron, P., Wesemael, F., Beauchamp, A. et al., 1994, ApJ, **432**, 305-325.
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard D. & Dorman, B., 1996, ApJ, **471**, L103-L106.
- Charpinet, S., 2001, Astronomische Nachrichten, **322**, 387-393.
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard D. et al., 1997, ApJ, **483**, L123-L126.
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard D. et al., 2001, PASP, **113**, 775-788.
- Christensen-Dalsgaard, J., 2003, *Lecture Notes on Stellar Oscillations*, Institut for Fysik og Astronomi, Aarhus Universitet, fifth edition.
- Cox, J.P., 1980, *Theory of stellar pulsations*, Princeton University Press.
- D’Cruz, N.L., Dorman, B., Rood, R.T. & O’Connell, R.W., 1996, ApJ, **466**, 359-371.
- Dorman, B., O’Connell, R.W. & Rood, R.T., 1995, ApJ, **442**, 105-141.
- Dorman, B., Rood, R.T. & O’Connell, R.W., 1993, ApJ, **419**, 596-614.
- Dreizler, S. & Heber, U., 1998, A&A, **334**, 618-632.
- Dreizler, S., Schuh, S., Deetjen, J.L., Edelmann, H. & Heber, U., 2002, A&A, **386**, 249-255.
- Falter, S., Heber, U., Dreizler, S. et al., 2003, A&A, **401**, 289-296.
- Falter, S., 2001, Diplomarbeit, Universität Erlangen-Nürnberg
- Green, E.M., Fontaine, G., Reed, M.D. et al., 2003, ApJ, **583**, L31-L34.
- Green, R.F., Schmidt, M. & Liebert, J., 1986, ApJ, **61**, 305-352.
- Hansen, C.J. & Kawaler, S.D., 1994, *Stellar Interiors*, Springer Verlag.

- Heber, U., Hunger, K., Jonas, G. & Kudritzki, R.P., 1984, A&A, **130**, 119-130.
- Heber, U., 1986, A&A, **155**, 33-54.
- Heber, U., Reid, I.N. & Werner K., 1999, A&A, **348**, L25-L28.
- Heber, U., Dreizler, S., Schuh, S.L. et al., 2003, *Photometric and Spectroscopic Monitoring of the sdBV star PG 1605+072: The Multi-Site Spectroscopic Telescope (MSST) Project*, In Proc. of the XIII Workshop on White Dwarfs.
- Herwig, F., 2005, ARA&A, **43**, 435-479.
- Hicks, T.R., May, B.H., & Reay, N.K., 1974, MNRAS, **166**, 439-448.
- Karttunen, H., Kröger, P., Oja, H. et al., 1987, *Fundamental Astronomy*, Springer Verlag.
- Kawaler, S.D., 1999, *Models for pulsating sdB stars*, In ASP Conf. Ser. 169: 11th European Workshop on White Dwarfs.
- Kilkenny, D., Koen, C., O'Donoghue, D. & Stobie, R.S., 1997, MNRAS, **285**, 640-644.
- Kilkenny, D., Koen, C., O'Donoghue, D. et al., 1999, MNRAS, **303**, 525-534.
- Kippenhahn, R. & Weigert, A., 1994, *Stellar Structure and Evolution*, Springer Verlag.
- Koen, C., O'Donoghue, D., Kilkenny, D. et al., 1998, MNRAS, **296**, 317-328.
- Kuassivi, Bonnano, A. & Ferlet, R., 2005, A&A, **442**, 1015-1021.
- Leighton, R.B., Noyes, R.W. & Simon, G.W., 1962, ApJ, **135**, L471-L507.
- Napiwotzki, R., 1999, A&A, **350**, 101-119.
- Østensen, R., Heber, U., Silvotti, R. et al., 2001, A&A, **378**, 466-476.
- Østensen, R., Solheim, J.-E., Heber, U. et al., 2001, A&A, **368**, 175-182.
- O'Toole, S.J., Bedding, T.R., Kjeldsen, H. et al., 2000, ApJ, **537**, L53-L56.
- O'Toole, S.J., Bedding, T.R., Kjeldsen, H. et al., 2002, MNRAS, **334**, 471-480.
- O'Toole, S.J., Heber, U., Jeffery, C.S. et al., 2005, A&A, **440**, 667-674.
- Przybilla, N., 2005, *Physik der Sternatmosphären*, Friedrich Alexander Universität Erlangen Nürnberg, WS2005.

- Saffer, R.A., Bergeron, P., Koester, D. & Liebert, J., 1994, ApJ, **432**, 351-366.
- Schuh, S., Huber, J., Green, E.M. et al., 2005, *Discovery of a Long-Period Photometric Variation in the V361 Hya Star HS0702+6043*, In ASP Conf. Ser. Vol. 999: 14th European Workshop on White Dwarfs.
- Stahn, T., 2005, Diplomarbeit, Universität Göttingen.
- Stobie, R.S., Kawaler, S.D., Kilkenny, D. et al., 1997, MNRAS, **285**, 651-656.
- Tassoul, M., 1980, ApJ, **43**, 469-490.
- Telting, J.H. & Østensen, R.H., 2004, A&A, **419**, 685-693.
- Townsend, R., 1997, PhD Thesis, University College London.
- Ulrich, R.K., 1970, ApJ, **162**, 993-1002.
- Unno, W., Osaki, Y., Hiroyasu, A. et al., 1989, Nonradial oscillations of stars, Tokyo: University of Tokyo Press, 1989, 2nd ed.
- Winget, D.E., Nather, R.E., Clemens, J.C. et al., 1991, ApJ **378**, 326-346.

# Danksagung

Herzlichen Dank an Herrn Ulrich Heber für die interessante Themenstellung, die wertvolle Betreuung, die Ermöglichung der Teilnahme am „EUROWD06“ Workshop, sowie die Durchsicht des Manuskripts.

Besonderer Dank gilt ebenfalls Herrn Simon J. O‘Toole, der die wichtige Vorarbeit für diese Arbeit leistete und mich gewissenhaft und geduldig einarbeitete, Herrn Ralf Napiwotzki, der die *FITPROF* Routine, und Herrn Richard Townsend, der die *BRUCE* und *KYLIE* Routinen bereitstellte.

Weiterhin möchte ich allen Mitarbeitern der Sternwarte Bamberg für das hervorragende Arbeitsklima und so manche fruchtbare Diskussion danken.

Zum Abschluss möchte ich meiner Familie danken, besonders meiner Mutter, den Großeltern und meiner Freundin für ihre Liebe und immerwährende Unterstützung und Hilfe in allen Lebenslagen.

# Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Diplomarbeit selbständig angefertigt und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet habe.

.....  
Alfred Tillich

Bamberg, den 31. August 2006