

Dr. Reimeis-Sternwarte Bamberg  
Astronomisches Institut der

**Friedrich-Alexander-Universität  
Erlangen-Nürnberg**



# Quantitative Spektroskopie von Deneb

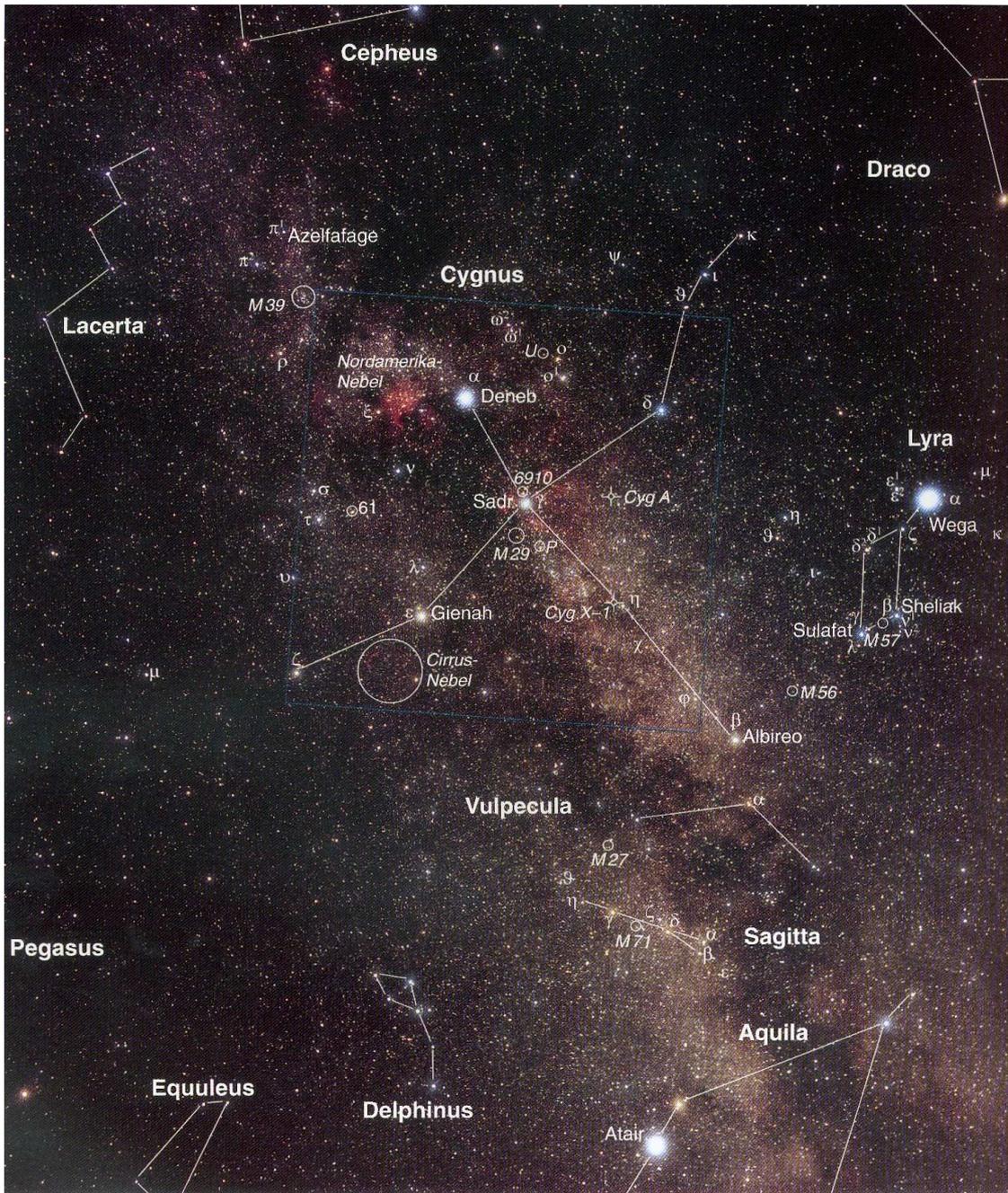
Diplomarbeit von

**Florian Schiller**

unter Anleitung von  
Prof. Dr. U. Heber  
Dr. N. Przybilla

Stand: 31.03.2006





Ein Ausschnitt aus einer Aufnahme der Milchstraße mit dem Sternbild Schwan (Cygnus) und seinem hellsten Stern, Deneb ( $\alpha$  Cyg). Mit ein wenig Fantasie sieht man ausgehend vom Zentralstern Sadr nach links unten (Richtung  $\zeta$  Cyg) und rechts oben (Richtung  $\kappa$  Cyg) die Flügel des Schwans. Der Kopf (rechts unten) wird vom Stern Albireo gebildet. Deneb schließlich formt die Schwanzfedern links oben. (Aus Slawik & Reichert 1998.)



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Physikalische Grundlagen</b>	<b>5</b>
2.1	Zustandsgrößen von Sternen . . . . .	5
2.1.1	Zustandsgrößen zur Helligkeit . . . . .	5
2.1.2	Spektralklassifikation und Hertzsprung-Russell-Diagramm . . . . .	8
2.2	Wechselwirkung von Strahlung mit Materie . . . . .	12
2.2.1	Absorption von Strahlung . . . . .	12
2.2.2	Anregung und Ionisation im (Lokalen) Thermodynamischen Gleichgewicht ((L)TE) . . . . .	13
2.2.3	Anregung und Ionisation im NLTE . . . . .	18
2.2.4	Linienentstehung und Äquivalentbreite . . . . .	20
2.2.5	Linienverbreiterung . . . . .	21
2.2.6	Radialgeschwindigkeit, projizierte Rotationsgeschwindigkeit und Makroturbulenz . . . . .	23
2.2.7	Strahlungstransport . . . . .	24
2.3	Innerer Aufbau von Sternen . . . . .	26
2.3.1	Das innere Gleichgewicht eines Sterns . . . . .	26
2.3.2	Der physikalische Zustand des Gases . . . . .	27
2.4	Energiequellen und Reaktionen im Sterninneren . . . . .	28
2.5	Sternentwicklung . . . . .	29
2.5.1	Entwicklungszeitskalen . . . . .	29
2.5.2	Frühe und mittlere Stadien der Sternentwicklung . . . . .	29
2.5.3	Endstadien der Sternentwicklung . . . . .	32
<b>3</b>	<b>Spektren</b>	<b>33</b>
3.1	Beobachtungen und Datenreduktion . . . . .	33
3.2	Spektrumssynthese . . . . .	36
<b>4</b>	<b>Quantitative Spektroskopie</b>	<b>39</b>
4.1	Fundamentale Sternparameter . . . . .	39
4.2	Elementhäufigkeiten . . . . .	42
4.3	Beispielfits und Fehleranalyse . . . . .	48
4.4	Abgeleitete Sternparameter . . . . .	52
4.5	Flussverteilung und Spektrophotometrie . . . . .	54
4.6	Denebs Entwicklungsstatus . . . . .	57
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>61</b>
<b>6</b>	<b>Danksagung</b>	<b>63</b>
<b>7</b>	<b>Anhang – Übersicht der untersuchten Linien</b>	<b>65</b>



# 1 Einleitung

Massereiche Sterne spielen eine wichtige Rolle in der Energie- und Impulsbilanz von Galaxien. Sie sind die wesentlichen Quellen der ionisierenden Strahlung und von Massenausfluss durch Sternwinde. Die finalen Supernovaexplosionen, der natürliche Tod eines massereichen Sterns, tragen entscheidend zur Dynamik des interstellaren Mediums bei und regen z.B. über Verdichtungen durch Schockwellen Sternentstehung an. Aus dem über Sternwinde und Supernovaexplosionen ausgestoßenen Material bilden sich neue Generationen von Sternen.

Damit verbunden ist auch die große Bedeutung massereicher Sterne für den kosmischen Materiekreislauf. Schwere Elemente werden sowohl in Fusionsprozessen während des gesamten Sternenlebens als auch durch Neutroneneinfang beim Tod des Sterns als Supernova gebildet. Die Sternwinde und die Supernovaexplosion tragen dieses mit Metallen (in der Astronomie alle Elemente schwerer als Helium) angereicherte Material in das interstellare Medium. Neben den massereichen Sternen wird dies auch durch Sterne auf dem asymptotischen Riesenast oder Supernovae Ia verursacht.

Massereiche Sterne nehmen somit eine Schlüsselposition in der chemodynamischen Entwicklung von Galaxien ein und verdienen damit genauere Untersuchungen. Diese ist aufs engste mit der Entwicklung der massereichen Sterne gekoppelt, die zwar in groben Zügen verstanden sind, nicht jedoch im Detail.

Überriesen der Spektraltypen B und A gehören zu den *visuell* hellsten massereichen Sternen, was sie zu attraktiven Objekten für die Beobachtung mit bodengebundenen Großteleskopen macht. So konnten Bresolin et al. (2001) selbst in der etwa 20 Millionen Lichtjahre entfernten Galaxie NGC3621 (Abbildung 1) Spektren einzelner Sterne gewinnen. Dies ermöglicht eine räumlich sehr präzise Kartierung von Elementhäufigkeiten und damit die Untersuchung von galaktischen Häufigkeitsgradienten.

Darüber hinaus lassen sich BA-Überriesen als Standardkerzen zur Entfernungsbestimmung nutzen. Gegenüber den klassischen Indikatoren wie den pulsationsveränderlichen Cepheiden weisen sie den Vorteil auf, dass aus der quantitativen Analyse direkt die Metallhäufigkeit und die interstellare Rötung abgeleitet werden kann. Die Analyse von BA-Überriesen eröffnet daher die Möglichkeit der Reduzierung systematischer Fehler z.B. bei der Bestimmung der Hubble-Konstanten.

Man hat mit den BA-Überriesen also sehr vielseitige Indikatoren für das Studium sowohl der stellaren und galaktischen Entwicklung als auch von kosmologischen Fragestellungen an der Hand. Schlüssel zur Nutzung dieses Potentials ist ein umfassendes Verständnis dieses Sterntyps, insbesondere des Prototypen der A-Überriesen Deneb.

Im Fokus der modernen Forschung auf dem Gebiet der Sternentwicklungstheorie steht zum einen der Einfluss der Rotation und die dadurch induzierten Mischungsprozesse und zum anderen der Massenverlust durch Sternwinde. Als weitentwickelter Stern eignet sich Deneb besonders gut, um die neuesten Entwicklungsmodelle zu testen. Durch Rotation induzierte Mischprozesse transportieren Material, das im Sterninneren durch thermonukleare Prozesse erzeugt wurde, an die Sternoberfläche, wo es der Beobachtung

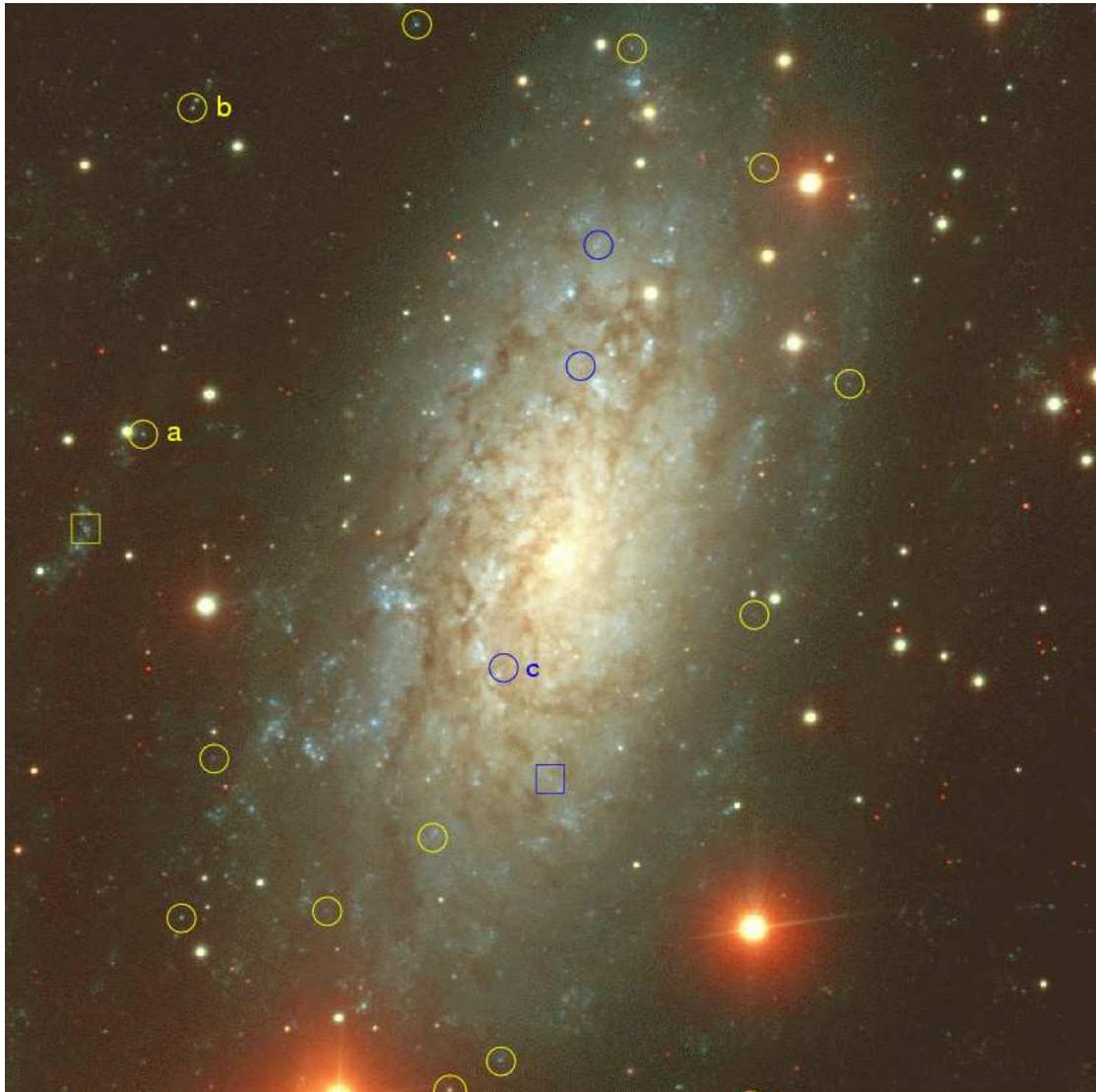


Abbildung 1: Die etwa 20 Millionen Lichtjahre entfernte Galaxie NGC 3621. Selbst auf diese Entfernung konnten von Bresolin et al. (2001) Spektren einzelner BA-Überriesen (Kreise) mit FORS1 am Very Large Telescope gewonnen und analysiert werden. Die Rechtecke markieren spektroskopierte H II-Regionen.

zugänglich wird. Mit Hilfe von Sternatmosphären-Modellen gilt es nun die Häufigkeiten der chemischen Elemente genau zu bestimmen.

Aufgrund seiner Helligkeit (1. Größenklasse, siehe Titelbild) liegt für Deneb Beobachtungsmaterial in erstklassiger Qualität vor. Dies gilt nicht nur für den optischen Bereich, sondern für fast alle Bereiche des elektromagnetischen Spektrums vom Radio- bis zum Röntgenbereich. So haben z.B. die Weltraumobservatorien Einstein (Röntgen),

FUSE (FUV), IUE (UV), ISO (Infrarot) und COBE (Mikrowellen) Deneb vermessen, um nur einige zu nennen. Dieser Fülle von Beobachtungsmaterial steht allerdings ein Mangel in der quantitativen Interpretation gegenüber.

Quantitative Spektralanalysen sind aber aufgrund der Struktur von Deneb anspruchsvoll. Während z.B. bei „normalen“ Sternen wie Vega, die relativ kompakt sind, eine einfache Beschreibung der Atmosphäre im lokalen thermodynamischen Gleichgewicht (LTE) möglich ist, muss man bei sehr ausgedehnten Objekten mit dünnerer Atmosphäre, wie Deneb, non-LTE-Effekte und (starke) Sternwinde berücksichtigen. Die Analyse von BA-Überriesen erfordert daher aufwendigere Berechnungen und umfangreiche Atomdaten und ist dadurch wesentlich schwieriger.

Dies erklärt auch, warum trotz des umfangreichen Beobachtungsmaterials und der zahlreichen Analysen von Deneb noch keine präzisen und konsistenten Ergebnisse vorliegen. So verwendeten ältere Spektralanalysen aus heutiger Sicht überholte und unzureichende Methoden, da damals atomare Daten nicht in ausreichender Qualität und Quantität zur Verfügung standen, numerische Verfahren noch nicht ausgereift waren und nur eine ungenügende Rechnerleistung vorhanden war. Aber auch die neueren Untersuchungen weisen erhebliche Mängel auf.

So gelang es Takeda (1994) nicht, grundlegende Sternparameter wie Effektivtemperatur und Schwerebeschleunigung in selbstkonsistenter Weise zu bestimmen. Es wurde eine ungewöhnlich hohe Temperatur abgeleitet, die kaum mit dem Spektraltyp von Deneb vereinbar war. Die Folge waren unerklärbare Trends in den Elementhäufigkeiten und die Inkonsistenz, dass verschiedene Ionisationsstufen *desselben* Elements *verschiedene* Häufigkeiten anzeigten. Das Ionisationsgleichgewicht für die untersuchten Elemente wurde also verfehlt. Eine spätere Revision der Atmosphärenparameter und eine Reanalyse durch Takeda et al. (1996) konnten etliche Probleme abmildern. Es verblieben aber immer noch beträchtliche Inkonsistenzen.

Albayrak (2000) stieß ebenfalls auf große Probleme mit mehreren Ionisationsgleichgewichten. Aus Linien von neutralem Magnesium wurde z.B. eine um einen Faktor zwei größere Magnesiumhäufigkeit bestimmt als aus Linien von einfach ionisiertem Magnesium. Diese Analyse verließ sich auf die in diesem Fall unzureichende theoretische Modellierung im LTE (Lokales Thermodynamisches Gleichgewicht), wie im Rahmen dieser Arbeit gezeigt werden wird.

Im Gegensatz zu vorherigen Spektralanalysen, die sich ausschließlich auf optische Spektroskopie stützten, analysierten Aufdenberg et al. (2002) erstmals z.B. die Pfundserie des Wasserstoffs. Vor allem hier stießen sie dann auf große Diskrepanzen zwischen Theorie und Beobachtung. Solche Inkonsistenzen in der Modellierung des Hauptbestandteils der Sternatmosphären lassen auf fundamentale Probleme der zugrundeliegenden Modellatmosphärenanalyse schließen.

Das Ziel dieser Arbeit ist daher eine umfassende und selbstkonsistente Analyse aller wichtigen Sternparameter des A-Überriesen Deneb mit der von Przybilla et al. (2006) beschriebenen Methodik. Insbesondere kommen ausgefeilte, sehr umfangreiche Modellatome, die auf den neuesten, präzisen Atomdatensätzen aufbauen, zur Berechnung von

atomaren Nichtgleichgewichtsbesetzungszahlen zum Einsatz. Damit soll der Grundstein für Studien ähnlicher Objekte auch in anderen Galaxien gelegt werden. Die Abbildung am Anfang dieser Diplomarbeit zeigt einen Ausschnitt der Milchstraße im Umfeld von Deneb im Sternbild Schwan (Cygnus).

Im Rahmen dieser Diplomarbeit werden zunächst einige wichtige Grundlagen der Physik der Sternatmosphären in Kapitel 2 erläutert. Kapitel 3 beschäftigt sich dann mit den beobachteten Spektren und deren Aufbereitung sowie der Vorgehensweise zur Berechnung von Modellspektren. Die hier vorgestellten Prozeduren ermöglichen dann im Kapitel 4 die Bestimmung fundamentaler Sternparameter, Elementhäufigkeiten und anderer Zustandsgrößen. Kapitel 5 fasst schließlich die wichtigsten Ergebnisse zusammen und gibt einen Ausblick auf zukünftige Arbeiten.

## 2 Physikalische Grundlagen

### 2.1 Zustandsgrößen von Sternen

In diesem Abschnitt sollen kurz die physikalischen Zustandsgrößen der Sterne definiert und erklärt werden. Neben den fundamentalen Parametern Masse, Radius und Leuchtkraft sind dies Effektivtemperatur, Schwerebeschleunigung, Rotation, Magnetfeld und chemische Zusammensetzung. Mit der Leuchtkraft im engen Zusammenhang stehen zahlreiche Größen, die sich auf das vom Stern abgestrahlte und vom Beobachter auf der Erde gemessene Licht beziehen.

#### 2.1.1 Zustandsgrößen zur Helligkeit

Unter der **spezifischen Intensität**  $I_\nu$  des **Strahlungsfeldes** versteht man die in einem Frequenzintervall  $\Delta\nu$  im Zeitintervall  $\Delta t$  ins Raumwinkelelement  $\Delta\omega$  gestrahlte Energie  $\Delta E$  wenn man das Flächenelement  $\Delta A$  auf der Sternoberfläche unter dem Winkel  $\vartheta$  betrachtet:

$$I_\nu := \frac{\Delta E}{\Delta\nu\Delta t\Delta\omega\Delta A \cos(\vartheta)} \quad (1)$$

Für spätere Überlegungen ist hier wichtig, dass die spezifische Intensität nicht von der Entfernung des Sterns abhängt. Die **totale Intensität**  $I$  ergibt sich aus der Integration über alle Frequenzen:

$$I = \int I_\nu d\nu \quad (2)$$

Den **Strahlungsfluss** (oder **Strahlungsstrom**)  $F_\nu$  erhält man aus der mit  $\cos(\vartheta)$  gewichteten Integration von  $I_\nu$  über den Raumwinkel:

$$F_\nu = \oint I_\nu \cos(\vartheta) d\omega \quad (3)$$

Den totalen Strahlungsfluss erhält man durch Integration über alle Frequenzen

$$F = \int F_\nu d\nu \quad (4)$$

Für einen schwarzen Strahler der Temperatur  $T$  gilt nach dem **Stefan-Boltzmann-Gesetz**

$$F = \sigma T^4. \quad (5)$$

mit der Stefan-Boltzmann-Konstanten  $\sigma$ . Diese Beziehung kann man verwenden, um für einen nicht-schwarzen Strahler wie einen Stern die sogenannte **Effektivtemperatur**  $T_{\text{eff}}$  als diejenige Temperatur zu definieren, die ein schwarzer Strahler besitzt, der den gleichen Fluss  $F$  abstrahlt wie der Stern. Die so über den gemessenen Fluss  $F$  nach

$$F = \sigma T_{\text{eff}}^4 \quad (6)$$

erhaltene Effektivtemperatur stellt eine wesentliche astrophysikalische Größe des Sterns dar. Bei der Analyse eines Stern ist die Effektivtemperatur ein zentraler Eingabeparameter für die Berechnung der Modellatmosphäre. An dieser Stelle sei auch gleich die Schwerebeschleunigung an der Sternoberfläche  $g$  erwähnt. Meist wird  $\log(g)$  verwendet, wobei  $g$  in cgs-Einheiten anzugeben ist. Bei BA-Überriesen variieren  $T_{\text{eff}}$  bzw.  $\log(g)$  maximal von 25 000 K bis 8 000 K bzw. von 0,80 bis 3,00.

Den Fluss am Ort des Beobachters  $f_\nu$  erhält man aus

$$f_\nu = \int I_\nu \cos(\vartheta) d\omega \quad (7)$$

wobei hier allerdings über das  $d\omega$ , das der Stern für den Beobachter einnimmt, integriert werden muss. Es gilt:

$$f_\nu = F_\nu \frac{R^2}{d^2} \quad (8)$$

wobei  $R$  den Radius des Sterns und  $d$  den Abstand zwischen Beobachter und Stern bezeichnet. Die **Leuchtkraft** eines Sterns ist die gesamte pro Sekunde abgestrahlte Energie:

$$L = 4\pi R^2 \cdot F = 4\pi R^2 \cdot \sigma T_{\text{eff}}^4 \quad (9)$$

Die **scheinbare Helligkeit**, also die Helligkeit mit der ein Stern uns erscheint, ist abhängig vom Abstand des Sterns zu uns, also keine Zustandsgröße. Zum ersten Mal teilte Hipparch die Sterne nach ihrer scheinbaren Helligkeit in Größenklassen von 1 (am hellsten) bis 6 (am schwächsten) ein. Berücksichtigt man die logarithmische Empfindlichkeitsfunktion des menschlichen Auges, so ist es sinnvoll mit Hilfe der aufgenommenen Lichtmenge  $s$  die scheinbare Helligkeit oder Magnitude  $m$  (bzw. Differenzen davon) folgendermaßen zu definieren:

$$m_1 - m_2 = -2,5 \cdot \log \frac{s_1}{s_2} \quad (10)$$

Die scheinbare Helligkeit hängt natürlich von der Frequenz des betrachteten Lichtes ab. Man verwendet dabei verschiedene Filter wie z.B. U (ultraviolett), B (blau) und V (visuell) im sogenannten Johnson-System. Die **bolometrische Helligkeit** ist die Magnitude des über alle Frequenzen emittierten Lichtes. Die Abweichung zwischen dieser Magnitude von der Magnitude im Visuellen wird als **bolometrische Korrektur**

$$B.C. = m_{vis} - m_{bol} \quad (11)$$

bezeichnet. Mit dem Zusammenhang von Helligkeit und Strahlungsfluss,

$$s = \int_0^\infty f_\lambda E(\lambda) d\lambda \quad (12)$$

( $E(\lambda)$  ist die Empfindlichkeitsfunktion und berücksichtigt die Durchlässigkeit von Erdatmosphäre und Apparatur sowie die Empfindlichkeit des Empfängers), lässt sich die

scheinbare Helligkeit berechnen zu

$$m = -2.5 \cdot \log \left( \frac{R^2}{d^2} \int_0^\infty F_\lambda E(\lambda) d\lambda \right) \quad (13)$$

Aus diesen scheinbaren Helligkeiten nach den entsprechenden Filtern werden die sogenannten **Farben** oder **Farbindizes** gebildet:

$$\begin{aligned} (U - B) &= m_U - m_B \\ (B - V) &= m_B - m_V \end{aligned} \quad (14)$$

Die Eigenfarbe von Sternen  $(B - V)_0$  ist ein Maß für den Kontinuumsverlauf, der in erster Näherung nach dem **Planckschen Strahlungsgesetz** von der Temperatur des Sterns abhängt. Eigenfarben werden von der **interstellaren Extinktion**, der Streuung des Lichts an Materie im interstellaren Raum, beeinflusst. Höhere Frequenzen werden dabei stärker gestreut als niedrigere, was zu einem **Farbexzess**, der Differenz zwischen gemessener Farbe und Eigenfarbe, führt:

$$E(B - V) = (B - V) - (B - V)_0 \quad (15)$$

Auch die Erdatmosphäre zeigt derartige Einflüsse, was zum Blau des Himmels beiträgt. Als **absolute Helligkeit**  $M$  (mit zugehöriger Leuchtkraft  $L$ ) bezeichnet man die Helligkeit, die der Stern hätte, wenn er in eine Entfernung von 10 pc gerückt würde. Hiermit lässt sich das **Entfernungsmodul** einführen:

$$m - M = -2.5 \log \left( \frac{l}{L} \right) = 5 \cdot \log d - 5 \quad (16)$$

Zwischen  $M_{bol}$  und der Leuchtkraft  $L$  besteht die Beziehung

$$M_{bol} = -2.5 \log \left( \frac{L}{L_\odot} \right) + 4.74 \quad (17)$$

wobei 4.74 die bolometrische Helligkeit der Sonne ( $M_{bol,\odot}$ ) ist. Das interstellare Medium führt zu einer Abweichung von  $m$  vom erwarteten Wert: die **interstellare Extinktion**  $A$ :

$$m = m^0 + A \quad (18)$$

die auch eine Korrektur des Entfernungsmoduls nötig macht:

$$m - M = 5 \log d - 5 + A \quad (19)$$

Für den sichtbaren Bereich gilt

$$A = A_V = 3.14 \cdot E(B - V) \quad (20)$$

Entfernungsmessungen von Sternen stellen in der Astronomie häufig ein großes Problem dar. Direkte Entfernungsmessungen sind nur möglich über die Bestimmung der

trigonometrischen Parallaxe, die durch die Bahnbewegung der Erde entsteht. Diese Methode ist mit den heutigen Genauigkeiten, wie z.B. mit dem HIPPARCOS-Satelliten erreicht, aber auf Entfernungen von bis zu etwa hundert Parsec begrenzt. Indirekt kann man zwar auch über Gleichung 19 die Distanz bestimmen. Damit wird das Problem dann in die ebenfalls problematische Aufgabe umgewandelt, die absolute Helligkeit eines Sterns zu bestimmen.

Für BA-Überriesen gibt es eine von Kudritzki et al. (2003) eingeführte statistische Methode, die absolute bolometrische Helligkeit aus Schwerebeschleunigung und Effektivtemperatur zu ermitteln. Diese sogenannte flux-weighted gravity-luminosity relationship oder kurz **FGLR**,

$$-M_{bol} = a \cdot \log \left( \frac{g}{T_{\text{eff}}^4} \right) + b, \quad (21)$$

ist strenggenommen nur für ein Ensemble von Objekten gültig, sodass bei der Anwendung dieser Beziehung auf Einzelsterne Abweichungen von bis zu 0.3 Magnituden zu erwarten sind. Zudem muss betont werden, dass die FGLR nur für Objekte kalibriert ist, die sich zu Roten Überriesen entwickeln. Hierfür ist  $a = -3.71$  und  $b = 13.49$ .  $T_{\text{eff}}$  ist in Einheiten von  $10^4$  K anzugeben.

Bei Kenntnis von Schwerebeschleunigung  $g$  und Sternradius  $R$  erhält man eine Information über den fundamentalen Parameter  $M$  (Sternmasse). Die sogenannte **spektroskopische Masse** ist über

$$M^{\text{spec}} = \frac{g}{2.736 \cdot 10^4} \cdot \left( \frac{R}{R_{\odot}} \right)^2 \cdot M_{\odot} \quad (22)$$

zu berechnen.

### 2.1.2 Spektralklassifikation und Hertzsprung-Russell-Diagramm

Als Spektralklassifikation soll hier die **Harvard-Spektralklassifikation** beschrieben werden. Diese stellt eine eindimensionale Sequenz dar:

O B A F G K M,

die Spektren anhand charakteristischer Spektrallinien ordnet. Es hat sich gezeigt, dass dieses Schema physikalisch als Temperatursequenz zu interpretieren ist. Geht man in der Buchstabensequenz von links nach rechts, so kommt man zu niedrigeren Temperaturen. Als Verfeinerung der Spektralklassen O, B, A usw. gibt man nach dem Buchstaben noch eine Zahl von 0 bis 9 an, also z.B. A2. Ein A0-Stern ist dann beispielsweise heißer als ein A2-Stern usw.

Die Harvard-Klassifikation berücksichtigt nur die Effekte der Temperatur auf das Spektrum. Man klassifiziert Sterne daher zusätzlich nach ihrer Leuchtkraft, z.B. nach der **Yerkes-Spektralklassifikation**. Dieses zweidimensionale Schema basiert auf einer genauen Untersuchung der Linienform und unterscheidet sechs Leuchtkraftklassen:

---

Ia	leuchtkräftigere Überriesen
Ib	leuchtschwächere Überriesen
II	helle Riesen
III	Riesen
IV	Unterriesen
V	Hauptreihensterne (Zwerge)

Die Unterschiede in der Leuchtkraft bei gleicher Effektivtemperatur basieren auf unterschiedlichen Sternradien. Die Atmosphären hellerer Sterne der gleichen Effektivtemperatur haben dann kleinere Dichten, was Auswirkungen auf Ionisation und Linienverbreiterung hat (siehe Abschnitt 2.2).

Das Hertzsprung-Russell-Diagramm (**HRD**) ist das wichtigste Zustandsdiagramm der Stellarphysik. In ihm wird die absolute Helligkeit der Sterne (z.B. im Visuellen)  $M_V$  (Ordinate) in Beziehung zu ihrem Spektraltyp (Abszisse) gesetzt (siehe Abbildung 2). Völlig äquivalent kann man auch Leuchtkraft  $L$  und Temperatur zueinander in Beziehung setzen. Man spricht von einem *physikalischen* Hertzsprung-Russell-Diagramm wie in Abbildung 3.

Sterne der Leuchtkraftklasse V definieren die Hauptreihe, entlang derer die meisten Sterne zu finden sind. Ein Stern auf der Hauptreihe brennt Wasserstoff im Kern zu Helium, was den größten Teils eines Sternenlebens ausmacht. Anhand des Hertzsprung-Russell-Diagramms lassen sich die Entwicklungsphasen eines Sternes gut illustrieren. Genauer wird in 2.5 erläutert.

Manchmal genügt es, sich nur auf bestimmte Farben und ihre Helligkeiten zu konzentrieren, was mit Hilfe der Photometrie relativ einfach und auch präzise genug bewältigt werden kann. Auf diese Weise sind auch noch sehr leuchtschwache Sterne charakterisierbar. Insbesondere für Sterne in derselben Entfernung vom Beobachter (z.B. in Kugelsternhaufen) ist bei Beschränkung auf diesen Haufen das Hertzsprung-Russell-Diagramm äquivalent zu diesem **Farben-Helligkeitsdiagramm (FHD)**, in dem  $M_V$  nicht gegen den Spektraltyp sondern gegen die Farbe (wie z.B.  $(B - V)$ ) aufgetragen ist.

Im *physikalischen* HRD in Abbildung 3 ist auch zusätzlich die effektive Temperatur und die Leuchtkraft - passend zu den entsprechenden Größen im normalen HRD - aufgetragen.

Zwischen der **Effektivtemperatur**  $T_{\text{eff}}$ , der Leuchtkraft und dem Sternradius besteht folgende Beziehung:

$$\log \left( \frac{L}{L_{\odot}} \right) = 2 \log \left( \frac{R}{R_{\odot}} \right) + 4 \log \left( \frac{T_{\text{eff}}}{T_{\odot}} \right) \quad (23)$$

Da  $M_V$  proportional zu  $\log L / L_{\odot}$  ist, sind die Kurven für einen bestimmten Radius im  $M_V$ - $\log(T_{\text{eff}})$ -Diagramm diagonale Geraden, die von links oben nach rechts unten orientiert sind. Die Radien nehmen dabei von links unten nach rechts oben zu. Neben der Effektivtemperatur benutzt man auch die Strahlungstemperatur  $T_{\text{rad}}(\nu)$ , die bzgl. einer wohldefinierten Frequenz die Temperatur desjenigen schwarzen Strahlers ist, der die

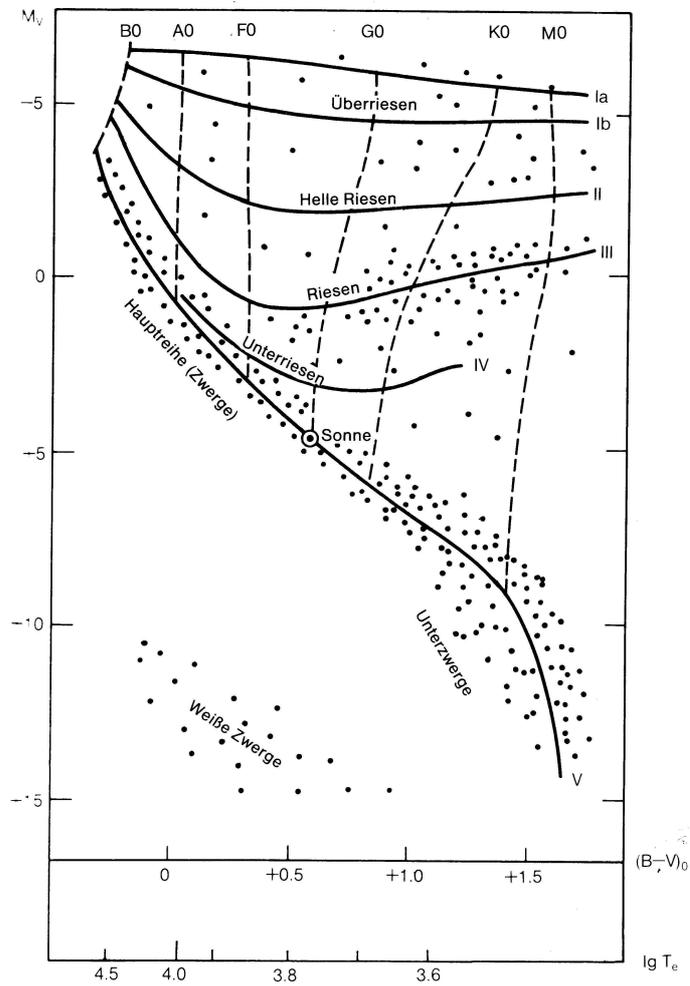


Abbildung 2: Hertzsprung-Russell-Diagramm mit Angabe der Leuchtkraftklasse. Erklärungen im Text; aus Karttunen et al. (1987), S. 225

gleiche spezifische Intensität bei dieser Frequenz aufweist. Unter der groben Annahme, dass die tatsächliche Temperatur im Stern gleich der Strahlungstemperatur ist (lokales thermisches Gleichgewicht (LTE)) lässt sich die Abstrahlung leichter beschreiben.

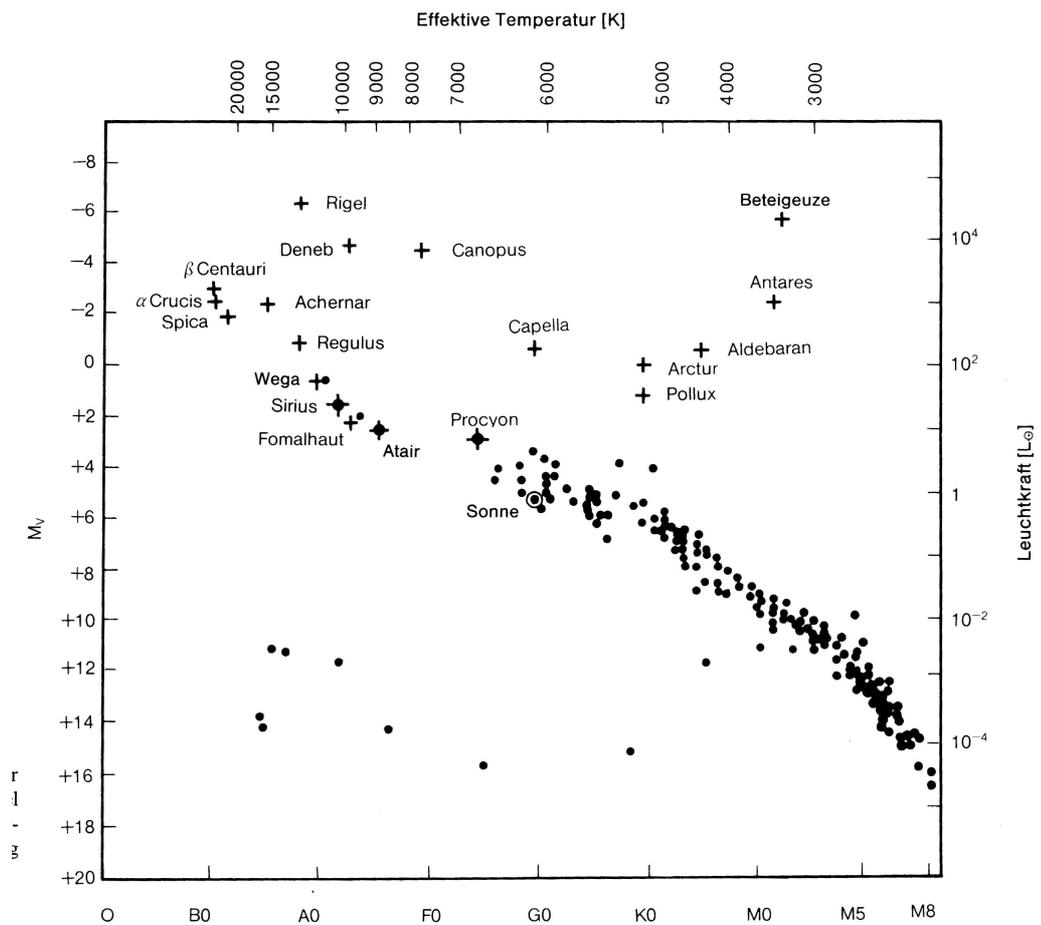


Abbildung 3: Hertzsprung-Russell-Diagramm mit den physikalischen Größen Effektivtemperatur und Leuchtkraft; aus Karttunen et al. (1987), S. 226.

## 2.2 Wechselwirkung von Strahlung mit Materie

### 2.2.1 Absorption von Strahlung

Ein klassisches Modell zur Beschreibung der Absorption von Strahlung durch Materie wurde von H. A. Lorentz gegeben. Die Materie wird hier als gedämpfter harmonischer Oszillator mit Eigenfrequenz  $\omega_0$  und Dämpfung  $\gamma$  behandelt. Die Eigenfrequenz entspricht der Übergangsfrequenz zwischen den Niveaus, auf die Dämpfung wird später in Abschnitt 2.2.5 eingegangen. Das Strahlungsfeld wird als periodische Anregung mit Frequenz  $\omega$  behandelt. Die Lösung der resultierenden Bewegungsgleichung liefert für die Auslenkung des Oszillators:

$$x(t) = \frac{eE_0}{m} \cdot \frac{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 - \gamma^2\omega^2} \cdot e^{i\omega t} \quad (24)$$

Hieraus lässt sich mit Hilfe der Elektrodynamik die abgestrahlte und gemittelte Leistung berechnen:

$$\overline{P} = \frac{2e^2}{3c^3} \cdot \overline{[\ddot{x}]^2} \propto \varphi(\nu) \quad (25)$$

$\varphi(\nu)$  ist die so genannte Profilfunktion, die beschreibt, bei welcher Frequenz welche Leistung emittiert oder auch absorbiert wird. Die Profilfunktion ist die Fouriertransformierte der Lösung (abfallender Sinus) in den Frequenzraum.

$$\varphi(\nu) = \frac{\nu^4}{(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + \gamma^2\nu^2/(2\pi)^2} \cdot C \quad (26)$$

mit Proportionalitätsfaktor  $C$ . In der Näherung für  $\nu \approx \nu_0$  vereinfacht sich die Profilfunktion zum Lorentzprofil

$$\varphi(\nu) = \frac{\frac{\gamma}{4\pi^2}}{(\nu_0 - \nu)^2 + \left(\frac{\gamma}{4\pi}\right)^2} \quad (27)$$

und  $C$  wird gleich  $\gamma/\nu_0^2\pi^2$ . In der quantenmechanischen Rechnung bekommt man fast die gleichen Ergebnisse wie in der klassischen Rechnung. Einziger Unterschied ist, dass der Absorptionskoeffizient  $\kappa(\nu)$  noch einen für jeden Übergang verschiedenen Korrekturfaktor enthält, die so genannte **Oszillatorenstärke**  $f_{lu}$ ; l (low) bezeichnet das untere, u (**u**p) das obere Niveau des Übergangs.

$$\kappa(\nu) = n_l \cdot \frac{\pi e^2}{mc} \cdot f_{lu} \cdot \varphi(\nu) \quad (28)$$

Hier ist  $n_l$  die Besetzungsdichte im unteren Zustand und  $f_{lu}$  liegt zwischen 0 und 1. Beispielsweise haben die Balmerlinien Oszillatorenstärken von 0.64, 0.12 und 0.04 (von  $H_\alpha$  zu  $H_\gamma$ ). Häufig sind alle Balmerlinien sehr stark, obwohl die Oszillatorenstärken besonders bei  $H_\gamma$  sehr gering sind. Dies wird vor allem durch die Häufigkeit des Wasserstoffs hervorgerufen.

### 2.2.2 Anregung und Ionisation im (Lokalen) Thermodynamischen Gleichgewicht ((L)TE)

Ein thermodynamischer Zustand im Gleichgewicht ist durch drei Gleichungen charakterisiert: Maxwell-Geschwindigkeitsverteilung, Boltzmannformel und Sahagleichung. Die Maxwell-Geschwindigkeitsverteilung beschreibt die Wahrscheinlichkeit, Teilchen der Masse  $m$  bei einer Temperatur  $T$  im Geschwindigkeitsintervall  $[v_i, v_i + dv_i]$  (mit  $i = x, y, z$ ) zu finden:

$$P(\vec{v})dv_xdv_ydv_z = \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \exp\left(-\frac{m}{2k_B T}(v_{rmx}^2 + v_{rmy}^2 + v_{rmz}^2)\right) dv_xdv_ydv_z \quad (29)$$

wobei  $k_B$  die Boltzmann-Konstante ist.

Innerhalb einer Ionisationsstufe werden die **Besetzungsverhältnisse** ( $n_u/n_l$ ) zweier beliebiger, diskreter Energieniveaus mit einer Energiedifferenz  $\Delta E$  im thermodynamische Gleichgewicht durch die **Boltzmannformel** beschrieben:

$$\frac{n_u}{n_l} = \frac{g_u}{g_l} \cdot e^{\left(\frac{-\Delta E}{k_B T}\right)} \quad (30)$$

Hier sind die  $g$ 's die statistischen Gewichte der Energieniveaus, also die Zahl der zur Verfügung stehenden Möglichkeiten zur Verteilung der Elektronen auf die Niveaus. Die Indizes bezeichnen die Energieniveaus im Atom, z.B.  $l$  für einen unteren und  $u$  für einen oberen Zustand. Diese Zahl wird durch verschiedene quantenmechanische Regeln bestimmt. Dass es nur eine endliche Zahl an Möglichkeiten gibt, ist eine Folge des Pauli-Prinzips, nach dem ein quantenmechanischer Zustand immer nur von einem Elektron eingenommen werden kann. Für die Teilchenzahldichte  $n_u$  bezogen auf die Gesamtzahl aller Teilchen  $N$  gilt

$$\frac{n_u}{N} = \frac{g_u e^{-\frac{\Delta E}{k_B T}}}{U_u(T)} \quad (31)$$

wobei

$$U_u(T) = \sum_i g_i e^{-\frac{\Delta E}{k_B T}} \quad (32)$$

die **Zustandssumme** über alle möglichen Niveaus ist. Theoretisch gibt es in einem Atom unendlich viele Niveaus, sodass die Zustandssumme divergieren würde. Praktisch führen Wechselwirkungen mit Nachbaratomen aber zu einer endlichen Zahl von Niveaus, da sehr hohe Niveaus hier nicht existieren können. Es ist erneut zu betonen, dass die Boltzmannformel nur die Besetzungszahlen innerhalb einer Ionisationsstufe beschreibt.

Die Beschreibung der **Ionisation** ist komplizierter, da das Elektron im Kontinuum beliebige Impulse annehmen kann und daher in der klassischen Betrachtungsweise unendlich viele Zustände möglich wären. Das statistische Gewicht des freien Elektrons

wäre also unendlich. Die Heisenbergsche Unschärferelation und das Pauli-Prinzip aus der Quantenmechanik verlangen nun aber, dass in einem Phasenraumvolumen, das auf  $h^3$  ( $h$ =Plancksche Konstante) gequantelt ist, maximal zwei Elektronen passen. Mit dieser Einschränkung setzt man zur Lösung des Problems die Energie  $E$  des Elektrons mit Impuls  $p$  und Masse  $m_e$

$$E = E_{\text{Ion}} + \frac{p^2}{2m_e}, \quad (33)$$

wobei  $E_{\text{Ion}}$  die Ionisierungsenergie des betrachteten Ionisationszustandes ist. Für das statistische Gewicht von Atomrumpf und freigesetztem Elektron schreibt man

$$g = g_j \cdot G_e(p), \quad (34)$$

mit dem statistischen Gewicht  $g_j$  des Atomrumpfes. Da nur das thermische Mittel interessiert, kann man über alle Impulse integrieren. (Während die Indizes  $u$  und  $l$  atomare Niveaus bezeichnen soll der neue Index  $j$  die Ionisationsstufe kennzeichnen.) Dies liefert schließlich die **Saha-Gleichung**, die die Besetzungszahlverhältnisse bei Elektronendichte  $n_e$  beschreibt:

$$\frac{N_{j+1}}{N_j} = \frac{1}{n_e} 2 \left( \frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} \frac{U_{j+1}}{U_j} \cdot e\left(-\frac{E_{j,\text{Ion}}}{kT}\right) \quad (35)$$

mit der Gesamtzahl  $N_j$  von Atomen mit Ionisationsgrad  $j$  und der Ionisierungsenergie  $E_{j,\text{Ion}}$  zwischen den beiden beliebigen Ionisationsstufen. Hervorzuheben sind die Proportionalität zu  $1/n_e$  und zu  $T^{3/2}$  sowie ein Boltzmannfaktor.

Mit der Gesamtzahl  $N$  aller Atome in allen Ionisationsstufen definiert man den **Ionisationsgrad**

$$x := \frac{n_e}{N} \quad (36)$$

Unter Verwendung der zusätzlichen Bedingungen Teilchenzahlerhaltung und Ladungserhaltung lässt sich ein Polynom in  $x$  aufstellen. Dessen Nullstellen hängen von der Temperatur ab und stellen den gesuchten Ionisationsgrad dar. Zum qualitativen Verständnis werden im folgenden Anregung und Ionisation für die zwei einfachsten Atome - Wasserstoff und Helium - diskutiert. Zur Vereinfachung werden nur die Grundzustände der Atome berücksichtigt, wodurch sich die Zustandssummen in Gleichung 35 auf den ersten Term reduzieren. Da bei Wasserstoff und Helium die ersten angeregten Niveaus schon relativ nahe am Kontinuum liegen, ist die Näherung in diesen Fällen gut.

Für Wasserstoff bzw. Helium erhält man Polynome zweiten bzw. dritten Grades, die numerisch gelöst werden müssen. Dies kann z.B. mit Hilfe eines Computer-Algebra-Programms wie MAPLE erfolgen, mit dem auch die beiden folgenden Ionisationsgrade als Funktion der Temperatur dargestellt sind. (Es sind natürlich nur die Lösungen mit  $x > 0$  physikalisch relevant). Die Berechnungen und die Graphen in Abbildung 4 sind das Ergebnis meiner eigenen Rechnungen mit MAPLE. Die Diskussion von Abbildung 4

(links) für Wasserstoff ist recht analog zur Diskussion für Helium (rechts), weshalb auf Letztere verwiesen sei.

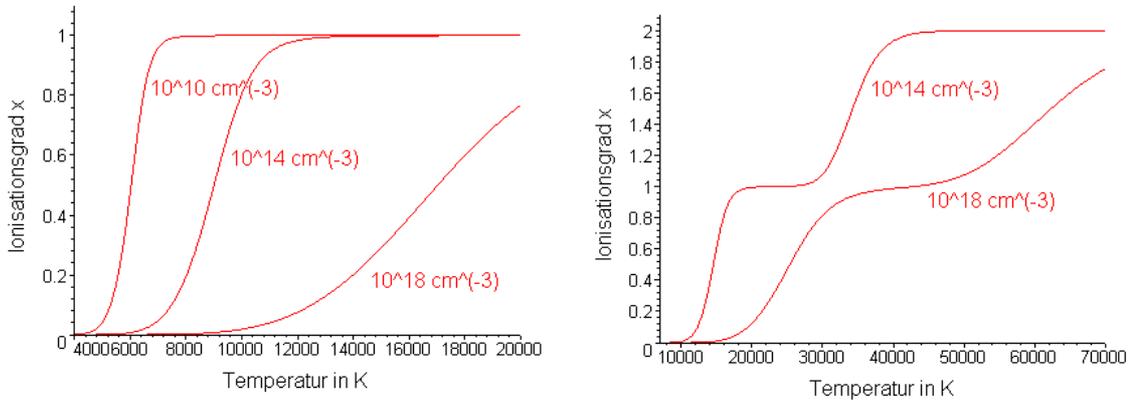


Abbildung 4: Links: Ionisationsgrad von Wasserstoff für drei verschiedene Atomdichten  $N$ . Rechts: Ionisationsgrad von Helium für zwei verschiedene Atomdichten  $N$ . Die Dichte von  $10^{14} \text{ cm}^{-3}$  entspricht größenordnungsmäßig der Dichte in Sternatmosphären von Hauptreihensternen.

Bei den Bereichen geringer Steigung in Abbildung 4 (rechts) sind die verschiedenen Ionisationsstufen des Heliums lokalisiert. Der Bereich in der Mitte entspricht der Situation, dass *durchschnittlich* alles Helium nun einfach ionisiert ist. An dieser Stelle ist eine Erläuterung der astronomischen Nomenklatur sinnvoll. He I steht für neutrales Helium, He II für einfach ionisiertes Helium usw. Für andere Elemente ist die Notation analog.

Die Gesetze für Anregung und Ionisation können nun zur Diskussion der Linienstärken als Funktion der Temperatur herangezogen werden. Damit kann man die Spektralklassifikation, die ja auf dem Vergleich von Linienstärken verschiedener Atomsorten basiert, auf die Effektivtemperatur zurückführen. Abbildung 5 veranschaulicht diesen Zusammenhang.

Die glockenförmigen Kurven in Abbildung 5 kommen dadurch zustande, dass rechts neben dem Maximum (niedrigere Temperatur) immer weniger Elektronen die Anregungsenergie zur Besetzung des unteren Zustands aufweisen. In diesem Fall finden sich Teilchen mit den notwendigen Energien im Schwanz der Maxwell-Verteilung. Durch Erhöhen der Temperatur gibt es zunächst mehr Elektronen mit der nötigen Energie, sodass diese Anregung häufiger erfolgt. Bei zu hoher Temperatur (links vom Maximum) sinkt die Kurve aber auch wieder, da hier zunehmend Ionisation stattfindet. Dann kann die vom Atom bekannte Absorption bzw. Emission nicht mehr erfolgen.

Vergleicht man die Kurve in Abbildung 4 (rechts) für  $N = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  mit Abbildung 5 (dort gleiches  $N$ ), so fällt auf, dass das Maximum für die Absorption durch He I und die Ionisation bei derselben Temperatur von etwa 25000 K liegen. Dies verwundert zunächst, da man erwarten könnte, dass in diesem Fall kaum noch He I zum Absorbieren

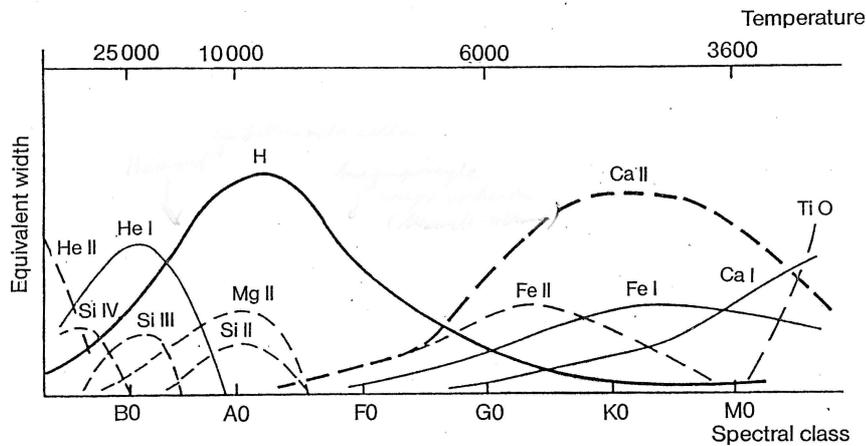


Abbildung 5: Die Stärke verschiedener Linien als Funktion der Effektivtemperatur. Gegen die Effektivtemperatur ist hier die sogenannte Äquivalentbreite, also die Fläche im Spektrum die eine Linie aus dem normierten Kontinuum „ausschneidet“. Die Äquivalentbreite ist also ein Maß für die Stärke einer Spektrallinie. Die Kurven werden im Text erklärt. Jede Kurve steht für eine bestimmte Atomsorte.

vorhanden ist. Hier ist zu beachten, dass die beobachteten Linien von He I von hochangeregten Niveaus ausgehen, deren Energie nahe der Ionisationsenergie liegt (siehe Abbildung 6). Durch die Nähe der angeregten Niveaus und der Ionisationskante haben die He I-Linien ihre maximale Stärke etwa bei derjenigen Temperatur, bei der man auch der Ionisation von Helium erstmals nahekommt. Bei niedrig angeregten Niveaus bzw. für Resonanzlinien sieht das Verhalten anders aus.

Bei noch höherer Temperatur sind aber wieder weniger angeregte He I-Atome vorhanden. Es kommt nun deutlicher zur Ionisation zu He II und zu dessen Anregung. Wie man in Abbildung 5 sieht steigt in Übereinstimmung mit unseren Überlegungen die Absorption durch He II.

Die obige Begründung für die Reihenfolge der Absorptionskurven lässt sich auch auf Elemente schwerer als Helium, die in der Astronomie alle als **Metalle** bezeichnet werden, übertragen. Allerdings sind deren Termschemata sehr kompliziert und haben im Gegensatz zu Wasserstoff und Helium in vielen Fällen keine große Lücke zwischen dem Grundzustand und dem ersten angeregten Zustand für ein Elektron. Deshalb ist keine sonderlich hohe Anregung nötig, um eine Absorption von diesem angeregten Zustand zu ermöglichen.

Die bisherigen Überlegungen beziehen sich auf den Fall des **thermodynamischen Gleichgewichts (TE)**, welcher eine ideale Planck-Kurve als spezifische Intensität (hier ein idealer Schwarzer Körper) sowie eine Maxwell-Geschwindigkeitsverteilung der Teilchen impliziert. Die Bedingung des TE ist aber an eine über die gesamte Sternat-

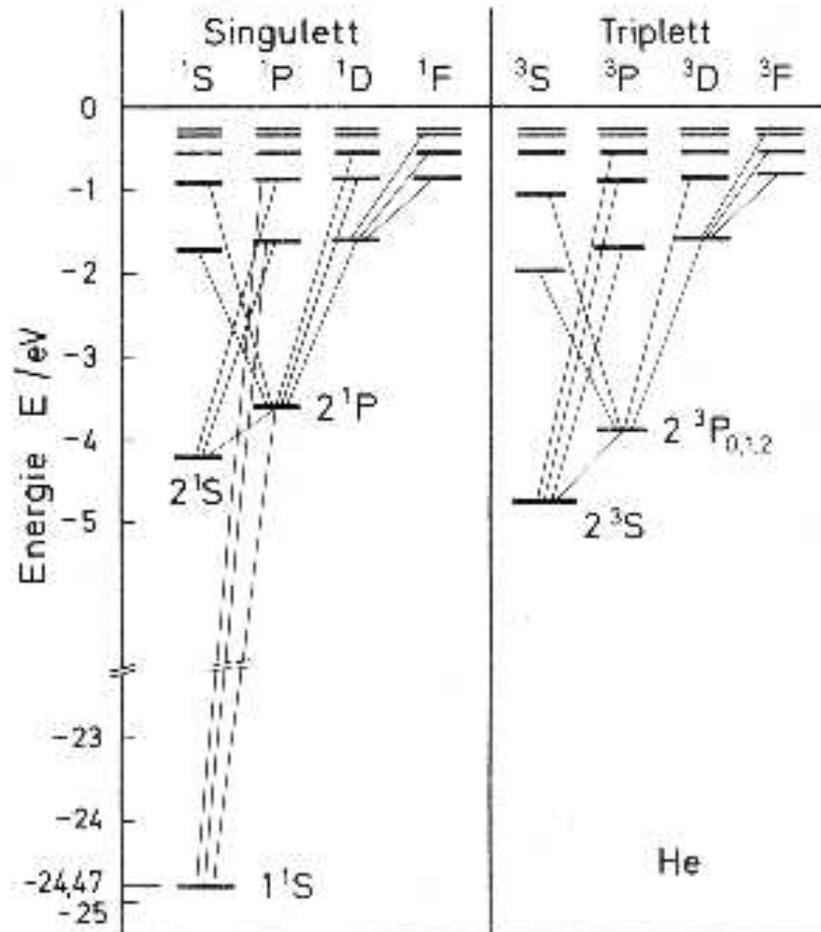


Abbildung 6: Termschema von Helium. Einige erlaubte Übergänge sind eingezeichnet. Der erste angeregte Zustand ist etwa 20 eV vom Grundzustand aber nur etwa 4 eV von der Ionisationskante entfernt. (aus Haken & Wolf 1990)

mosphäre konstante Temperatur und ein abgeschlossenes System gekoppelt. Da ein Stern Energie abstrahlt, ist diese Annahme offensichtlich unzutreffend. Man reduziert daher die Vorstellung des TE zu einem **Lokalen Thermodynamische Gleichgewicht (LTE)**. Hierbei wird der Stern in kleine Volumenelemente  $dV$  eingeteilt, welche nun für sich jeweils im TE sind. D.h. alle Formeln und Ausführungen von oben gelten nun nur noch lokal. Die spezifische Intensität ist nun nicht mehr über eine reine Planckfunktion darstellbar. Sie ergibt sich vielmehr als Überlagerung vieler Planckfunktionen aus einzelnen Volumenelementen mit unterschiedlichen Temperaturen. Abbildung 7 (links) veranschaulicht die Isolation der einzelnen Volumenelemente und die Temperaturschichtung der Sternatmosphäre.

Auch die LTE-Näherung ist wieder nur für bestimmte Verhältnisse gültig. Die Rate der Elektronenstöße, die das Gleichgewicht einstellen, muss groß sein gegen die Ra-

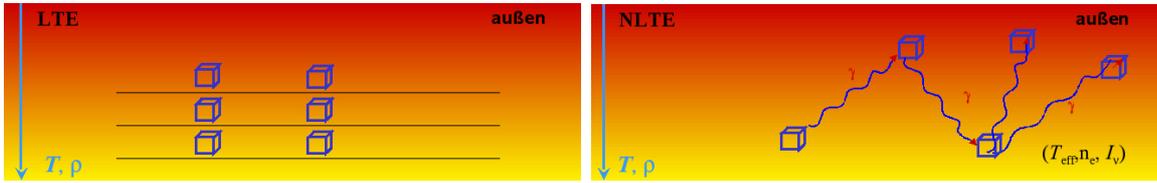


Abbildung 7: Links: die schematische Darstellung einer LTE-Atmosphäre. Rechts: NLTE-Atmosphäre. Im LTE (links) geht man von kleinen isolierten Volumenelementen (blaue Kästchen) aus, die jeweils im thermodynamischen Gleichgewicht sind. Bei niedrigen Dichten und/oder hohen Temperaturen dominieren Strahlungsprozesse. Photonen sind nun in der Lage die Isolation aufzuheben und Volumenelemente mit verschiedenen Temperaturen zu koppeln. Dies bewirkt eine Störung des Gleichgewichts in jedem Element und erfordert eine NLTE-Betrachtung. Die Bilder zeigen außerdem die Temperaturschichtung von außen (kühler) nach innen (heißer).

te der Photonenabsorption, da Photonen größere Strecken in der Sternatmosphäre „überbrücken“ können. Die Zahl der Elektronenstöße pro Volumen und Zeit ist stark dichteabhängig ( $\propto n_e^2$ ), die Zahl der Photonen nimmt mit wachsender Temperatur zu. Daher wird für hohe Temperaturen und niedrige Teilchendichten nun die Näherung des LTE zunehmend ungültig. Diese Bedingungen herrschen aber nun gerade in den äußeren Atmosphären von BA-Überriesen wie Deneb. Für zahlreiche Spektrallinien muss daher die Annahme eines LTE fallengelassen werden, um Fehler und Inkonsistenzen zu minimieren.

### 2.2.3 Anregung und Ionisation im NLTE

Im **NLTE** (non-LTE) wird die Annahme eines thermodynamischen Gleichgewichts für isolierte Volumenelemente fallengelassen. Man betrachtet nun auch eine Interaktion der Volumenelemente über Strahlungsprozesse wie in Abbildung 7 (rechts). Da Boltzmann- und Saha-Gleichung nicht mehr gelten, fordert man stattdessen nur noch **Stationarität**, d.h. dass die Besetzungsdichten  $n_i$  eines jeden Niveaus  $i$  zeitunabhängig sind (**statistisches Gleichgewicht**):

$$\frac{dn_i}{dt} = 0 \quad (37)$$

Man definiert nun **Ratenkoeffizienten**  $Q_{ij}$ , welche die Anzahl der Übergänge zwischen den Niveaus  $i$  und  $j$  pro Zeiteinheit und pro Atom im Ausgangszustand  $i$  angeben. Das statistische Gleichgewicht lässt sich nun mathematisch als Bilanzgleichung für jedes Niveau  $j$  formulieren:

$$\begin{aligned} \sum \text{Zugänge nach } j &= \sum \text{Abgänge von } j \\ \sum_{i=1, i \neq j}^N n_i Q_{ij} &= \sum_{k=1, k \neq j}^N n_j Q_{jk} \end{aligned} \quad (38)$$

Mithilfe einer kleinen Umdefinition

$$\begin{aligned} P_{ij} &= Q_{ij} \quad \text{für } i \neq j \\ P_{jj} &= - \sum_{i=1, i \neq j}^N P_{ji} \quad \text{für } i = j \end{aligned} \quad (39)$$

lässt sich das Problem als Lösung des homogenen, linearen Gleichungssystems

$$\vec{n} \cdot \mathbf{P} = \vec{0} \quad (40)$$

formulieren. Da das System linear abhängig ist, ist für eine eindeutige Lösung eine weitere Randbedingung nötig. Hierfür nimmt man beispielsweise die Teilchenzahlerhaltung

$$\sum_{i=1}^N n_i = 1 \quad (41)$$

Dementsprechend kann z.B. die letzte Spalte der  $\mathbf{P}$ -Matrix durch lauter 1-en ersetzt werden, wodurch mit der Teilchenzahlerhaltung ein neues Gleichungssystem entsteht:

$$\vec{n} \cdot \mathbf{P} = (0, 0, \dots, 0, 1) \quad (42)$$

Ziel ist es jetzt die zu  $\mathbf{P}$  inverse Matrix  $\mathbf{P}^{-1}$  zu finden, um die Lösung  $\vec{n}$  nach

$$\vec{n} = (0, 0, \dots, 0, 1) \cdot \mathbf{P}^{-1} \quad (43)$$

zu erhalten.

In die Ratenkoeffizienten  $P_{ij}$  gehen nun zwei verschiedene Prozesse ein: **Stoßübergänge**  $C_{ij}$  und **Strahlungsübergänge**  $R_{ij}$ . Beide Typen unterscheidet man weiter in **bb-Übergänge** (bound-bound, Linienübergänge) und **bf-Übergänge** (bound-free, Ionisation und Rekombination). Übergänge mittels **Stößen** für bb und bf lassen sich mit dem Stoßquerschnitt  $\sigma_{ij}(v)$  bei einer Geschwindigkeit  $v$ , einer Teilchendichte  $n_e$  und einer Verteilungsfunktion  $f(v)$  für die Geschwindigkeit folgendermaßen berechnen:

$$C_{ij} = n_e \cdot \int_{v_0}^{\infty} \sigma_{ij}(v) f(v) v dv \quad (44)$$

Da zur Anregung eine gewisse Schwellenenergie nötig ist, wird erst ab der zugehörigen minimalen Teilchengeschwindigkeit  $v_0$  integriert. Für die Abwärtsraten ergibt sich unter Berücksichtigung des detaillierten Gleichgewichts:

$$C_{ji} = \frac{n_i^*}{n_j^*} \cdot C_{ij} \quad (45)$$

wobei der \* die Besetzungszahl im LTE angibt. Dies ist gerechtfertigt, da die Teilchen auch im NLTE einer Maxwell-Geschwindigkeitsverteilung genügen. Während bei Stoßprozessen die Restenergie des Stoßteilchens als kinetische Energie erhalten bleibt, wird bei Strahlungsprozessen das beteiligte Photon zerstört.

Für bb- und bf-Übergänge mittels **Strahlung** erhält man bei **Absorption** für die Rate  $R_{ij}$

$$R_{ij} = 4\pi \cdot \int_{\nu_0}^{\infty} \alpha_{ij}(\nu) \cdot \frac{J_\nu}{h\nu} \cdot d\nu \quad (46)$$

wobei  $\alpha_{ij}$  den atomaren Wirkungsquerschnitt für diesen Übergang bezeichnet und  $J_\nu$  das Winkelintegral der spezifischen Intensität aus 2.2.7 ist:

$$J_\nu = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 I_\nu(\mu) d\mu \quad (47)$$

$\nu_0$  ist die kleinste Frequenz, bei der der Übergang stattfinden kann. Bei der **induzierten Emission** wird der Übergang wie bei der Absorption durch die Strahlung induziert. Nur die **spontane Emission** hat keine Entsprechung unter den Absorptionsprozessen und braucht daher eine andere Beschreibung. Die Abwärtsraten angeregter Zustände, die durch diesen Prozess nur eine endliche Lebensdauer haben, ergeben sich damit unter Berücksichtigung beider Emissionstypen zu

$$R_{ji} = 4\pi \cdot \frac{n_i^*}{n_j^*} \cdot \int_{\nu_0}^{\infty} \alpha_{ij}(\nu) \left[ \frac{2\nu^2}{c^2} + \frac{J_\nu}{h\nu} \right] \cdot \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right) \quad (48)$$

wo die beiden Terme in der eckigen Klammer zu spontaner bzw. induzierter Emission gehören.

Weitere, u.U. auch wichtige Prozesse sind z.B. frei-frei-Prozesse (ff-Prozesse), Ladungsaustausch und Autoionisation. Für weitere Informationen sei hierfür beispielsweise auf Mihalas (1970) verwiesen.

### 2.2.4 Linienentstehung und Äquivalentbreite

Die Entstehung von Absorptionslinien in Sternspektren können wir wie folgt illustrieren. Ein Linienphoton, das in der Atmosphäre absorbiert und reemittiert wird, vollführt einen „Random walk“ in der Atmosphäre, während ein Kontinuumsphoton die Atmosphäre durchquert. Damit erreichen in einer Spektrallinie weniger Photonen den Beobachter als im Kontinuum. Bei der Wellenlänge einer Spektrallinie ist die Materie weniger durchsichtig als im Kontinuum. Da die Temperatur in der Sternatmosphäre

nach außen abnimmt und nach dem Planckschen Gesetz heiße Materie heller leuchtet als kühle, sieht man in der Linienmitte die kühleren Schichten, die sich weiter außen befinden als die, die das Kontinuum emittieren.

Zur Analyse des Spektrums wird das Kontinuum meist auf eins normiert (sog. **Rektifizierung**). Man erhält dadurch ein Spektrum, das sich entlang der 1 bewegt und an den Spektrallinien Ausschläge nach unten zur 0 zeigt.

Die **Äquivalentbreite** einer Spektrallinie ist die Breite desjenigen Rechtecks mit Höhe 1 (von 0 bis zum Kontinuum), das die gleiche Fläche wie die Fläche zwischen Kontinuum und Spektrallinie einnimmt. Die Äquivalentbreite ist ein Maß für die Stärke der Absorption.

Wie schon erwähnt entsteht eine Linie, wenn Photonen Elektronenübergänge zwischen zwei Energieniveaus in einem Atom verursachen. Die Äquivalentbreite einer Linie ist proportional zur Besetzungszahl des unteren Niveaus, zur Oszillatorenstärke und zur Profilkfunktion.

### 2.2.5 Linienverbreiterung

**Strahlungsdämpfung.** Jedes Energieniveau - mit Ausnahme des Grundzustandes - hat eine endliche Lebensdauer

$$\tau = \frac{1}{\sum_{l < u} A_{ul}} \quad (49)$$

wobei die  $A_{ul}$  die Einstein-Koeffizienten für die spontane Emission vom Niveau  $u$  zum Niveau  $l$  sind. Aufgrund der Heisenbergschen Unschärferelation

$$\Delta E \cdot \tau \geq \frac{h}{2\pi} \quad (50)$$

sind die Energieniveaus nicht unendlich scharf. Die natürliche Linienbreite wird durch ein Lorentzprofil mit Dämpfungskonstante

$$\gamma = \frac{1}{\tau_u} + \frac{1}{\tau_l} = \sum_{k < u} A_{uk} + \sum_{k < l} A_{kl} \quad (51)$$

beschrieben, wobei  $u$  und  $l$  die beiden am Übergang beteiligten Niveaus bezeichnen (Zu Lorentzprofil und Dämpfungskonstante s. Gleichung 27). Da die Halbwertsbreite der Kurve gleich  $2\gamma$  ist, kommt es also durch die Energieunschärfe zu einer Verbreiterung der Linie. Dies wird als Strahlungsdämpfung bezeichnet.

**Druckverbreiterung.** Ursache hierfür sind Stöße des strahlenden Atoms mit anderen Teilchen. Durch diese Phasenstrungsste wird die ursprüngliche Schwingung „zerhackt“. Eine Rechnung mit einer Wahrscheinlichkeitsverteilung für Stöße und einer Mittelung liefert ein Lorentzprofil als Profilkfunktion. Die Dämpfung ist hier

$$\gamma_{\text{STOSS}} = \frac{2}{\tau} \propto N \quad (52)$$

wobei  $\tau$  die mittlere Zeit zwischen zwei Stößen und  $N$  die Dichte der Stoßpartner ist. Die Druckverbreiterung lässt sich auch als Stark-Effekt erklären. Je dichter die geladenen Teilchen, desto stärker wird der Stark-Effekt, also die Niveau-Aufspaltung durch das elektrische Feld, ausfallen. Bei verschiedenen Drucken und damit verschiedenen Dichten erhält man verschiedene Verschiebungen der Energieniveaus. Aus der *Überlagerung* vieler solcher unterschiedlicher Energie- bzw. Frequenzverschiebungen erhält man dann ein verbreitertes Profil. Man unterscheidet zwischen linearem und quadratischem Stark-Effekt, wobei die Verschiebung der atomaren Energieniveaus proportional zur elektrischen Feldstärke oder zu deren Quadrat ist.

Weitere Verbreiterungsursachen sind die van der Waals-Wechselwirkung zwischen neutralen Teilchen und die Eigendruckverbreiterung. Letztere wird durch die Wechselwirkung zwischen gleichartigen neutralen Teilchen verursacht. In den meisten Sternen läuft dies auf Wasserstoff-Wasserstoff-Wechselwirkungen hinaus, da Wasserstoff dort das bei weitem häufigste Element ist.

**Thermische Dopplerverbreiterung** geht auf den Dopplereffekt durch die thermische Bewegung der Atome nach der Maxwell-Geschwindigkeitsverteilung zurück. Da für den Dopplereffekt nur die Geschwindigkeit in Richtung der Beobachtungslinie relevant ist, reicht eine eindimensionale Maxwell-Verteilung  $P(v)dv$  aus:

$$P(v)dv = \frac{1}{v_0\sqrt{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{v^2}{v_0^2}\right) dv \quad (53)$$

wobei  $v$  hier die Geschwindigkeitskomponente in Beobachtungsrichtung bezeichnet und

$$v_0 = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}} \quad (54)$$

ist. Diese Verteilung ist mit der Profilkurve zu falten. Durch die thermische Dopplerverbreiterung werden auch Frequenzen neben der Spektrallinien-Frequenz absorbiert. Je mehr Atome eine bestimmte Geschwindigkeit haben, desto deutlicher fällt die Absorption bei der mit dieser Geschwindigkeit dopplerverschobenen Frequenz aus. Die Dopplerverschiebung ist im nicht-relativistischen Fall

$$\Delta\nu_D = \nu_0 \cdot \frac{v}{c} \quad (55)$$

wobei  $\nu_0$  die unverschobene Frequenz des Linienzentrums bezeichnet.

**Mikroturbulenzen** haben ihre Ursache in chaotischen Bewegungen (turbulente Strömungen) in der Sternatmosphäre mit Skalenlängen, die klein gegen die optische Weglänge sind. Ihr Einfluss auf die Verbreiterung wird ebenfalls durch eine Maxwell-Verteilung beschrieben, wobei statt  $v_0$  nun  $\xi$  zu verwenden ist.

Die Mikroturbulenz wurde ursprünglich als additiver Parameter eingeführt um eine Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung zu ermöglichen. Aufwendige hydrodynamische Berechnungen kommen zumeist ohne diesen Parameter aus. In dieser

Arbeit wird die Mikroturbulenzgeschwindigkeit  $\xi$  für Deneb aber empirisch bestimmt. Sie sorgt allgemein für eine Modifizierung der thermischen Dopplerbreite (Gleichung 55) auf

$$\Delta\nu_D = \frac{\nu_0}{c} \sqrt{v_0^2 + \xi^2} \quad (56)$$

Alle Effekte in diesem Kapitel führen nicht nur zu einer Verschmierung der Spektrallinie, sondern auch zu einer Erhöhung der Äquivalentbreite, da sie direkt die Absorption der Strahlung beeinflussen.

In der Realität wirken natürlich alle diese Verbreiterungsmechanismen zusammen. Mathematisch ist dies über eine Faltung aller Profilkfunktionen zu beschreiben. Die Faltung der beiden Gauß-Profile (thermische Verbreiterung und Verbreiterung durch Mikroturbulenz) ergibt wieder eine Gaußfunktion bei quadratischer Addition der Halbwertsbreiten. Die Faltung der beiden Lorentzprofile erzeugt ebenfalls wieder ein Lorentzprofil mit linearer Addition der Halbwertsbreiten. Die Faltung von Gauß- und Lorentzprofil ergibt die so genannte Voigt-Funktion, welche nicht analytisch darstellbar ist.

### 2.2.6 Radialgeschwindigkeit, projizierte Rotationsgeschwindigkeit und Makroturbulenz

Der Dopplereffekt aus der **Radialgeschwindigkeit** des Sterns führt zu einer Verschiebung im Spektrum, die proportional zur Wellenlänge ist:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v_r}{c} \quad (57)$$

Weiterhin spielt der Dopplereffekt im Falle einer **Rotation** des Sternes eine Rolle. Zunächst ist zu erwähnen, dass die Doppler-Verschmierung der Linien von der beobachteten Rotation abhängt. Diese ist wiederum von der Orientierung der Rotationsachse zur Beobachtungslinie abhängig. So hat man beispielsweise keinen Effekt, wenn Rotationsachse und Beobachtungslinie zusammenfallen. In einer Formel ausgedrückt verursacht der Inklinationswinkel  $i$ , also der Winkel zwischen Beobachtungsrichtung und Rotationsachse, bei einer Rotationsgeschwindigkeit  $v_{\text{rot}}$  eine Verschmierung mit dem Parameter  $v_{\text{rot}} \sin i$ .

Der Dopplereffekt rührt daher, dass sich, abhängig vom Abstand eines Punktes der Sternoberfläche von der beobachteten Rotationsachse, verschiedene Punkte der Oberfläche relativ zum Beobachter mit unterschiedlicher Geschwindigkeit bewegen. Punkte nahe der Achse weisen einen geringen Dopplereffekt auf, Punkte mit großen Abstand hingegen einen starken Effekt. Ob der Dopplereffekt positiv oder negativ zu zählen ist entscheidet sich dadurch, auf welcher Seite der Rotationsachse der Punkt liegt. Durch den Rotations-Dopplereffekt verschmiert zwar die Linie, ihre Äquivalentbreite ändert sich aber nicht.

Ein weiterer solcher Effekt, der das Linienprofil nur verschmiert, ist die **Makroturbulenz**. Unter diesem Begriff fasst man großräumige, radial-tangentiale Strömungen in der Sternatmosphäre zusammen. Da die Atmosphären von BA-Überriesen radiativ und daher nicht konvektiv sind, kommt Konvektion als Ursache nicht in Frage. Eine alternative Vorstellung sind nichtradiale Pulsationen der Sternatmosphäre.

### 2.2.7 Strahlungstransport

Der **Strahlungstransport** beschreibt die Wechselwirkung der Strahlung mit der Materie. Die physikalischen Prozesse lassen sich grob in **wahre Emission** (das Photon entzieht dem Gas kinetische Energie), **wahre Absorption** (ein Photon wird vernichtet und die Energie wird in thermische Energie des Gases umgewandelt) und **Streuung** (Wechselwirkung mit Streuzentrum, Veränderung von Richtung und Frequenz, kaum Energietransfer zum Gas) einteilen.

Zur Streuung gehören Absorption und Reemission von Photonen sowie Compton-Streuung. Die wahre Absorption schließt z.B. Photoionisation und Photoanregung gefolgt von einem Stoßprozess ein. Die Umkehrungen dieser Prozesse sind Beispiele für wahre Emission.

Die Änderung der spezifischen Intensität  $I_\nu$  entlang des Weges  $s$  kann als Ursache Absorption mit **Absorptionskoeffizient** oder **Opazität**  $\kappa_\nu$  und Emission mit **Emissionskoeffizient**  $\eta_\nu$  haben:

$$\frac{dI_\nu}{ds} = \eta_\nu - \kappa_\nu \cdot I_\nu \quad (58)$$

wo  $I_\nu$  die spezifische Intensität bei einer Frequenz  $\nu$  ist. Mit Hilfe der **Quellfunktion**

$$S_\nu := \frac{\eta_\nu}{\kappa_\nu} \quad (59)$$

lässt sich diese **Transportgleichung** schreiben als

$$\frac{dI_\nu}{ds} = \kappa_\nu(S_\nu - I_\nu) \quad (60)$$

Oft führt man den dimensionslosen Parameter  $\tau$  ein mit

$$d\tau = \kappa dt \quad (61)$$

$$\tau(\nu, t) = \int_{t=0}^t \kappa(\nu, t') dt'$$

wo  $t$  ein Parameter ist, der die Tiefe von außen nach innen zählt.  $\tau$ , die **optische Tiefe**, gibt die Strecke in Vielfachen der mittleren freien Weglänge an und ist ein Maß dafür, wie stark die Strahlung gedämpft wird. Je größer  $\tau$ , desto schwächer die Intensität, die durchkommt.

Als **formale Lösung** der Transportgleichung erhält man

$$I_\nu(\tau_1, \mu) = I_\nu(\tau_2, \mu) \exp\left(-\frac{\tau_2 - \tau_1}{\mu}\right) + \int_{\tau_1}^{\tau_2} S_\nu \exp\left(-\frac{t_\nu - \tau_1}{\mu}\right) \frac{dt_\nu}{\mu} \quad (62)$$

wo  $\mu = \cos\theta$  und  $\theta$  der Winkel eines Lichtstrahls zur Oberflächennormalen ist. Die Lösung ist deshalb formal, weil  $S_\nu$  i.A. eine Funktion von  $I_\nu$  selbst ist. Der erste Term ist die bei einer optischen Tiefe  $\tau_2$  ausgestrahlte Intensität, die bis zur Tiefe  $\tau_1$  exponentiell abgeschwächt wurde. Der zweite Term stellt den Zugewinn an Intensität durch Reemission dar, der durch Absorption von  $t_\nu$  bis  $\tau_1$  aber ebenfalls geschwächt wird. An dieser Stelle wird auch die Bedeutung von  $\tau$  als Parameter für die Absorption als Funktion der Differenz optischer Tiefen ersichtlich.

## 2.3 Innerer Aufbau von Sternen

### 2.3.1 Das innere Gleichgewicht eines Sterns

Im Folgenden soll kurz auf die Bedingungen eingegangen werden, die für das innere Gleichgewicht eines Sternes erfüllt sein müssen. Eine genauere Diskussion findet sich z.B. in Karttunen et al. (1987), 11.1.

Als erste Gleichgewichtsbedingung fordert man, dass sich die Schwerkraft auf die Sternmaterie und der Gasdruck kompensieren müssen. Dies ist das so genannte **hydrostatische Gleichgewicht**:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM_r\rho}{r^2} \quad (63)$$

Dabei ist  $G$  die Gravitationskonstante,  $P$  der Druck,  $r$  der Abstand vom Zentrum,  $M_r$  die Masse innerhalb der Kugel mit Radius  $r$  und  $\rho$  die Dichte am Ort  $r$ . Die **Massenverteilung** eines Sterns muss folgender Gleichgewichtsbedingung genügen, die man leicht durch Betrachtung einer Massenschale im Abstand  $r$  mit Dicke  $dr$  erhält:

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \quad (64)$$

Der **Energieerhaltungssatz** besagt, dass alle im Stern erzeugte Energie erst zur Oberfläche transportiert und anschließend abgestrahlt werden muss:

$$\frac{dL_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \epsilon \quad (65)$$

Hier ist  $L_r$  der Energiefluss durch die Oberfläche einer Kugel vom Radius  $r$  und  $\epsilon$  die im Stern pro Zeit- und Masseneinheit freigesetzte Energiemenge.

Der **Energietransport** im Stern*innern* erfolgt vor allem durch Strahlung oder durch Konvektion. Im Gegensatz zur Sternatmosphäre sind die mittleren freien Weglängen von der Größenordnung cm und damit extrem klein. Deshalb kann der Strahlungstransport als Diffusionsprozess aufgefasst werden. Es ergeben sich (näherungsweise) folgende Bedingungen für den Temperaturgradienten

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3}{4ac} \frac{\rho \kappa}{T^3} \frac{L_r}{4\pi r^2} \quad (\text{radiativ}) \quad (66)$$

$$\frac{dT}{dr} = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{T}{P} \frac{dP}{dr} \quad (\text{konvektiv}). \quad (67)$$

Hier ist  $a$  die Strahlungskonstante,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit,  $\gamma$  der adiabatische Exponent und  $\kappa$  gibt die Absorption pro Masseneinheit an.

Wärmeleitung spielt bei weitentwickelten, massearmen Sternen eine wichtige Rolle (entartetes Elektronengas im Weißen Zwerg), kann aber wie der Strahlungstransport behandelt werden und führt damit zu einer Modifikation von Gleichung 66.

Im Gegensatz zu massearmen Sternen besitzen massereiche Sterne wie Deneb einen

konvektiven Kern und eine nicht-konvektive, radiative Sternatmosphäre. Durchmischungsprozesse zwischen Kern und Atmosphäre finden daher nur aufgrund großräumiger Strömungen (wie z.B. meridionale Zirkulation) oder in speziellen Entwicklungsphasen (dredge-ups) statt. Ein Beobachter kann nur die Atmosphäre eines Sterns sehen. Ein direkter Blick in den Kern ist – abgesehen von teilchenphysikalischen Methoden wie Neutrinodetektion – unmöglich. Dies gilt es z.B. bei Analysen zu Elementhäufigkeiten zu beachten, da sich eine Änderung der Häufigkeit chemischer Elemente durch Fusion im Kern erst nach Durchmischungsprozessen in der Atmosphäre niederschlägt und erst dann für den Beobachter sichtbar wird.

### 2.3.2 Der physikalische Zustand des Gases

Bei hohen Temperaturen ist das Gas in den Sternen praktisch vollständig ionisiert und die Wechselwirkungen der Teilchen untereinander sind so gering, dass man zunächst von einem idealen Gas ausgehen kann, für das die bekannte Beziehung gilt:

$$P = \frac{k}{\mu m_{\text{H}}} \rho T \quad (68)$$

wobei  $k$  die Boltzmann-Konstante,  $m_{\text{H}}$  die Masse des Wasserstoffatoms und  $\mu$  das mittlere Atomgewicht ist, welches sich aus

$$\mu = \frac{1}{2X + \frac{3}{4}Y + \frac{1}{2}Z} \quad (69)$$

ergibt, wobei  $X$  den relativen Massenanteil des Wasserstoffs,  $Y$  den Anteil des Heliums und  $Z$  den Anteil aller schwereren Elemente darstellt.

Für hohe Temperaturen ist die Formel (68) durch den Strahlungsdruck  $P_{\text{rad}} = \frac{1}{3}aT^4$  zu ergänzen. Bei Entartung gilt

$$P = \frac{h^2}{m_e} \left( \frac{\mu_e}{m_{\text{H}}} \right)^{-5/3} \rho^{5/3} \quad (70)$$

und für sehr hohen Druck und damit für sehr hohe Geschwindigkeit muss relativistisch gerechnet werden:

$$P = hc(\mu_e m_{\text{H}})^{-4/3} \rho^{4/3} \quad (71)$$

Hier ist  $\mu_e$  das mittlere Molekulargewicht pro freies Elektron.

## 2.4 Energiequellen und Reaktionen im Sterninneren

Die wichtigste Energiequelle im Stern ist die **thermonukleare Fusionsreaktion (Kernfusion, Brennen)**, bei der leichte Elemente miteinander reagieren und zu schwereren Elementen umgewandelt werden. Die Gesamtmasse der Reaktionsprodukte ist aber geringer als die Gesamtmasse der Edukte. Dieser Massendefekt wird nach der Einsteinschen Gleichung  $E = mc^2$  in Strahlung umgewandelt, welche dem Gravitationsdruck entgegenwirkt.

Nachdem sich der Stern aus einer interstellaren Gaswolke geformt hat, steigt der Druck und ermöglicht das Wasserstoffbrennen in **pp-Reaktionen**. Hier sind verschiedene Reaktionswege möglich, die z.B. in Karttunen et al. (1987), 11.3 beschrieben sind, genauso wie auch alle im Folgenden erwähnten Reaktionen.

Helium kann auch über den **CNO-Zyklus** erzeugt werden, bei dem Kohlenstoff, Stickstoff und Sauerstoff als Katalysatoren im Wasserstoffbrennen dienen. Die unterschiedlichen Reaktionsgeschwindigkeiten der einzelnen Schritte bringen eine Anreicherung von Stickstoff und eine Abreicherung von Kohlenstoff im Kern mit sich. Bei Durchmischungsprozessen kann man diese Effekte dann auch in der Sternatmosphäre nachweisen. Der CNO-Zyklus ist für Sterne über 1.5 Sonnenmassen der dominante Wasserstoff-Fusionsprozess. Unter 1.5 Sonnenmassen sind die pp-Reaktionen dominant.

Bei ausreichend hohen Temperaturen (etwa  $10^8$  K) wird auch Helium in  **$3\alpha$ -Reaktionen** zu Kohlenstoff verbrannt. Schon während des Heliumbrennens reagieren einige Kohlenstoffkerne mit Helium zu Sauerstoff, Neon und Magnesium. Nachdem das Helium verbraucht ist, setzt ab etwa  $5 - 8 \cdot 10^8$  K das Brennen von Kohlenstoff zu Sauerstoff ein, welcher bei etwas höheren Temperaturen auch z.B. zu Silizium verbrannt wird. Dieses kann schließlich zu Nickel gebrannt werden, welches durch doppelten  $\beta$ -Zerfall in Eisen übergeht.

Eisen stellt nun das schwerste Element dar, welches durch Brennen im Stern erzeugt werden kann, da Eisen den Kern mit der höchsten Bindungsenergie pro Nukleon besitzt. Die Fusion schwererer Elemente als Eisen erfordert deshalb eine *Zufuhr* an Energie, sodass die Energiequelle Kernfusion nach Erzeugung des Eisens entfällt. Die schwereren Elemente können deshalb (p-Prozess ist vernachlässigbar) nur durch Neutroneneinfang gebildet werden.

## 2.5 Sternentwicklung

### 2.5.1 Entwicklungszeitskalen

Die Zeit, in der ein Stern die gesamte Energie abstrahlt, die in Kernreaktionen erzeugt wird, nennt man **nukleare Zeitskala**. Eine Abschätzung dieser Zeit gibt folgende Beziehung:

$$t_n = \frac{M/M_\odot}{L/L_\odot} \cdot 10^{10} \text{ yr} \quad (72)$$

( $M_\odot$  ist die Sonnenmasse und  $L_\odot$  die Leuchtkraft der Sonne.) Bei der Interpretation dieser Gleichung ist darauf zu achten, dass die Leuchtkraft eines Sterns stark mit der Masse zunimmt. Einen empirischen Zusammenhang stellt hier die Masse-Leuchtkraft-Relation

$$L \propto M^\alpha \quad (73)$$

her, wobei  $\alpha$  etwa gleich 3 ist. Für Sterne mit Massen unter 0.5 Sonnenmassen findet man  $\alpha \approx 4.5$ . Für den Fall  $\alpha \approx 3$  folgt

$$t_n \propto M^{1-\alpha} \approx M^{-2} \quad (74)$$

Sterne mit höherer Masse entwickeln sich also deutlich schneller als masseärmere Sterne, da die Reaktionen in ihnen wesentlich schneller ablaufen.

Die **thermische Zeitskala** ist die Zeit, in der ein Stern die gesamte thermische Energie abstrahlen würde, wenn die Erzeugung der Kernenergie plötzlich abgeschaltet würde. Die Abschätzung ergibt:

$$t_{\text{th}} = \frac{(M/M_\odot)^2}{(L/L_\odot)(R/R_\odot)} \cdot 2 \cdot 10^7 \text{ yr} \quad (75)$$

Die dritte und kürzeste Zeitskala ist die **dynamische Zeitskala**. Sie ist definiert als die Zeit, in der der Stern aufgrund der Gravitation kollabieren würde, wenn der Auftrieb plötzlich wegfiel. Auch hier hat man eine Abschätzung:

$$t_{\text{ff}} = \sqrt{\frac{R^3}{GM}} \quad (76)$$

### 2.5.2 Frühe und mittlere Stadien der Sternentwicklung

Zunächst beginnt ein Stern als Wolke interstellaren Staubs, die vorwiegend aus Wasserstoff-Molekülen und Helium besteht und aufgrund der Gravitation kontrahiert (dynamische Zeitskala). Im Verlauf der Akkretion steigt der Druck im Inneren, wodurch die Temperatur dort steigt. Wasserstoff dissoziiert (Energieverbrauch) und schließlich wird das gesamte Gas ionisiert. Bei genügend hoher Masse wird die Temperatur ausreichend hoch (nach einer thermischen Zeitskala), um Wasserstoffbrennen zu ermöglichen. Stammte vorher die gesamte erzeugte Energie (die ja die Abstrahlungscharakteristik

bestimmt) aus der Gravitationsenergie, so kommt jetzt eine wesentliche Energiequelle, die Kernfusion hinzu, wodurch die Leuchtkraft des Sterns steigt. Außerdem strahlt er nun bei deutlich kürzeren Wellenlängen. Die Phase des Wasserstoffbrennens läuft auf einer nuklearen Zeitskala ab. In diesem **Hauptreihenstadium**, das den größten Teil eines Sternenlebens ausmacht, brennt der Stern in seinem Kern Wasserstoff zu Helium. Je nach der Gesamtmasse des Sterns hält er sich einige Millionen bis Milliarden Jahre auf der Hauptreihe auf.

Die anschließende Entwicklung lässt sich wie folgt skizzieren: Es hat sich ein Kern aus Helium-Asche entwickelt und der Wasserstoff brennt in der Schale weiter, während der Helium-Kern kontrahiert und heißer wird. Sobald ein nennenswerter Anteil des Wasserstoffs im Kern verbraucht ist verlässt der Stern die Hauptreihe im Hertzsprung-Russell-Diagramm und entwickelt sich in Richtung Roter Riese. Die weitere Entwicklung eines Sterns hängt nun entscheidend von seiner Masse ab. Sterne unter 0.26 Sonnenmassen erleben nur die Phase des Wasserstoffbrennens. Im Folgenden ist stets von Sternen mit mehr als 0.26 Sonnenmassen die Rede.

**Massearme Sterne** erfahren eine starke Komprimierung ihres Kerns, wodurch es zu einer Entartung des zuvor idealen Elektronengases kommt und der Kern durch den Entartungsdruck der Elektronen stabilisiert wird. Entartung des Elektronengases und ideales Gas sind hierbei nicht diskret, vielmehr ist das Elektronengas zu einem bestimmten Grad entartet. Wenn man von vollständiger Entartung ausgeht gilt die Gleichung 70, wobei bei extremen Bedingungen und hohen Teilchengeschwindigkeiten 71 zu verwenden ist. Wenn das Heliumbrennen in diesem entarteten Zustand einsetzt, wird das Gas aufgrund fehlender Volumenabhängigkeit in den Gleichungen keine Ausdehnungsarbeit leisten und sich weiter erhitzen. Dies steigert wiederum die Energieerzeugungsrate und die Temperatur wird noch schneller erhöht, usw. (*thermischer Runaway-Prozess*). Es kommt zum sogenannten **Heliumflash**. Der Vorgang dauert an, bis aufgrund der Temperaturerhöhung die Entartung des Elektronengases aufgehoben wird. Je stärker die Entartung, desto länger muss der Runaway-Prozess anhalten und desto heftiger wird der Helium-Flash.

Nun beginnt die ruhige Phase des Heliumbrennens (Horizontalast), gefolgt von der Phase des Zweischalenbrennens (asymptotischer Riesenast). Dabei bläht der Stern sich auf und entwickelt sich von der Hauptreihe weg zum Riesenast. Die äußeren Schichten sind dann sehr weit vom Kern entfernt und nur noch schwach durch die Gravitation gebunden. Sie können sich dann leicht durch Winde vom Stern lösen, wodurch ein erheblicher Anteil der Sternmasse in den Raum abgegeben wird und planetarische Nebel entstehen. Diese können durch die Strahlung des Sterns ionisiert und dadurch zum Leuchten angeregt werden. Der Stern bewegt sich im Hertzsprung-Russell-Diagramm fast waagrecht nach links, um anschließend zum Weißen Zwerg auszukühlen.

Bei **massereichen Sternen** am Anfang ihrer Entwicklung sieht es zunächst ähnlich aus. Nach dem Wasserstoff-Kernbrennen verlässt der Stern die Hauptreihe und brennt Wasserstoff in der Schale. In dieser Zeit dehnt sich der Stern aus und kühlt dabei ab. Abbildung 8 zeigt entsprechende theoretische Entwicklungspfade im HRD.

Er entwickelt er sich zum Roten hin. Die Zündung des Helium-Kernbrennens als roter Überriese erfolgt aber im Gegensatz zu massearmen Sternen unter idealen Gasbedingungen. Explosive Heliumflashes werden also vermieden. Der Stern wird dann leuchtkräftiger und bewegt sich bei nahezu konstanter Temperatur fast senkrecht nach oben im Hertzsprung-Russel-Diagramm. In dieser Phase kann der Stern einen kurzen Ausflug zurück zum Blauen machen, sogenannte **blue loops**, oder sich anschließend zurück zum blauen Überriesen entwickeln. Blue loops treten vor allem bei Sternen auf, die am Anfang weniger als etwa 15 Sonnenmassen hatten.

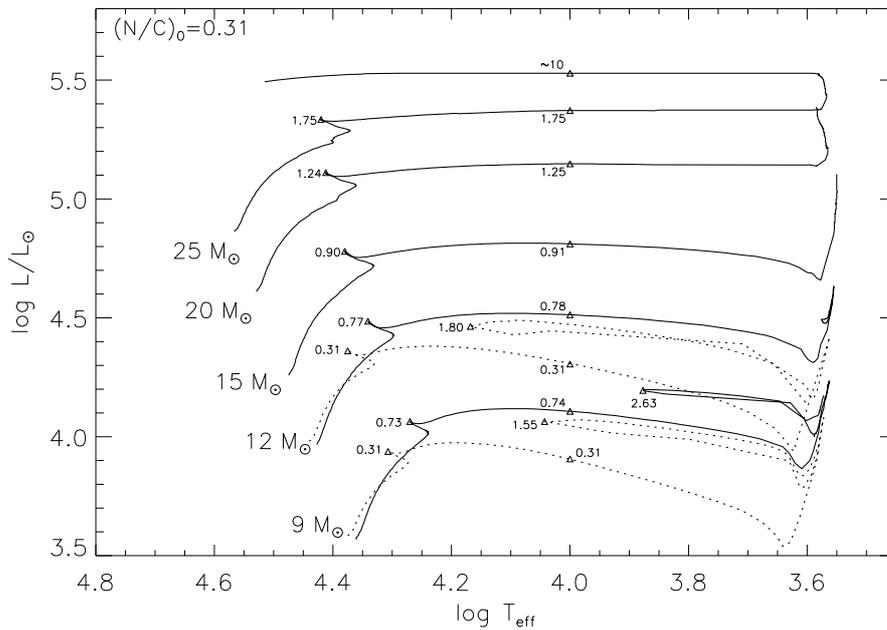


Abbildung 8: Theoretische Entwicklungspfade für massereiche Sterne unter Berücksichtigung von Massenverlust und Rotation nach Meynet & Maeder (2003). Alle Pfade sind für solare Metallizität gerechnet. Durchgezogene Linien zeigen Rechnungen mit einer anfänglichen Rotationsgeschwindigkeit von 300 km/s, gepunktete Linien von 0 km/s. Entlang der Pfade sind auch die N/C-Verhältnisse im jeweiligen Entwicklungspunkt angegeben. Anfangswert war 0.31 (solarer Wert).

Danach sieht die Entwicklung etwas anders als bei massearmen Sternen aus. Je massereicher der Stern, desto kürzer bleibt er auf der Hauptreihe, desto mehr chemische Elemente können gebildet werden und desto mehr Brennprozesse durchläuft er unter idealen Gasbedingungen, wodurch explosive Flashes vermieden werden. Es laufen gleichzeitig verschiedene Brennprozesse in Schalen und im Kern ab. Der Aufbau des Sterns wird dann durch ein Zwiebelschalenmodell beschrieben, wobei in jeder Schale verschiedene Brennprozesse ablaufen. Ganz außen wird Wasserstoff zu Helium gebrannt. Ganz innen geht das Brennen bei ausreichender Masse maximal bis zum Eisen. Dieses letzte Brennen dauert nur noch etwa einen Tag und endet mit einer Explosion als Supernova

Typ II. Nach heutigem Wissensstand explodieren massereiche Sterne meist als Roter Überriese in einer solchen Supernova. Eine bekannte Ausnahme ist z.B. die Supernova SN1987A aus dem Jahr 1987, die auf einen blauen Überriesen zurückging.

### 2.5.3 Endstadien der Sternentwicklung

Bei Endmassen (nach der Entwicklung mit Massenverlusten) unterhalb der **Chandrasekhar-Masse** ( $M_{\text{Ch}} = 1.44M_{\odot}$  für C/O- oder He-Kern) wird ein **Weißer Zwerg**, der durch das entartete Elektronengas stabilisiert wird, am Ende der Sternentwicklung stehen. Die Leuchtkraft entsteht durch Abkühlung des Ionengases. Durch die Gleichungen 70 bzw. 71, 63 und 64 wird der Stern vollständig beschrieben (*Lane-Emden-Gleichung*). Eine Abschätzung für den nichtrelativistischen (70) Fall zeigt, dass:

$$R \propto \frac{1}{\sqrt[3]{M}} \quad (77)$$

Dies zeigt einen zunächst merkwürdigen Zusammenhang: Mit zunehmender Masse verkleinert sich der Radius des Weißen Zwerges!

Für sehr große Massen würde dies zu einem beliebig kleinen Radius führen. Dieses „Problem“ wird dadurch gelöst, dass für große Massen relativistisch gerechnet werden muss (71). Man erhält, dass für Massen, die sich von unten der Chandrasekhar-Masse „näher“ schon hier der Radius gegen Null geht. Wenn Weiße Zwerge diese überschreiten explodieren sie als Supernova vom Typ Ia. Im Fall von massereichen Sternen, in denen alle Fusionsquellen ausgeschöpft sind, kommt es zum Kollaps bis zu Kerndichten. Es entsteht ein **Neutronenstern**, der durch ein relativistisch entartetes Neutronengas gegen die Gravitation stabilisiert wird.

Liegt die Masse noch über der **Oppenheimer-Volkoff-Masse**, gibt es keinen bekannten Gleichgewichtszustand mehr. Der Stern kollabiert zum **Schwarzen Loch**. Neutronensterne und Schwarze Löcher sind auch die Endstadien massereicher Sterne nach deren Explosion als Supernova vom Typ II. In dieser Explosion stößt der Stern seine Hülle ab, die mit schweren Elementen angereichert ist. Während das weggeschleuderte Material als Ausgangsmaterial für neue Sterne dient, komprimiert die Schockwelle die interstellare Materie, wodurch Sternentstehung angeregt wird.

Es ist zu beachten, dass bei diesen Überlegungen mit „Masse“ stets die Kernmasse am Ende der Entwicklung gemeint ist. Massenverluste z.B. durch Sternwinde oder einen Supernova-Ausbruch sind natürlich nicht berücksichtigt. Zumindest generelle Tendenzen für diese Effekte kann man aber sehr wohl festlegen. So können z.B. Sterne mit Anfangsmassen von acht Sonnenmassen z.B. soviel Masse verlieren, dass sie als Weißer Zwerg mit weniger als der Chandrasekhar-Masse enden. Nur massereichere Sterne enden als Neutronenstern oder Schwarzes Loch. Im Rahmen dieser Diskussion, die nicht alle Feinheiten einschließen kann und will, soll hierauf jedoch nicht näher eingegangen werden.

## 3 Spektren

### 3.1 Beobachtungen und Datenreduktion

Die verwendeten Spektren wurden unter Verwendung des FOCES-Echelle-Spektrographen am 2,2m-Teleskop des Calar Alto-Observatoriums aufgenommen. Echelle-Spektrographen verfügen im Gegensatz zu herkömmlichen Instrumenten über ein zweites dispersives Element, mit dem die verschiedenen Beugungsordnungen quer zur ursprünglichen Dispersionsrichtung räumlich getrennt werden können. Dieser Aufbau gestattet sowohl eine große Wellenlängenabdeckung als auch eine hohe Auflösung, womit Beobachtungszeit gespart werden kann. Nachdem das Sternlicht den Spektrographen passiert hat, wird es über ein CCD (**C**harge **C**oupled **D**evice) detektiert.

Insgesamt wurden am 23.09.2005 acht Spektren von Deneb mit dem 2.2m-Teleskop auf dem Calar Alto in Spanien aufgenommen. Zunächst wurde jedes Spektrum separat reduziert, und anschließend noch S/N-gewichtet coaddiert. Die Rohdaten der Echelle-Spektren sind zweidimensionale Intensitätsverteilungen wie in Abbildung 9 dargestellt. Die Randbedingungen der Beobachtungen fasst Tabelle 2 zusammen.

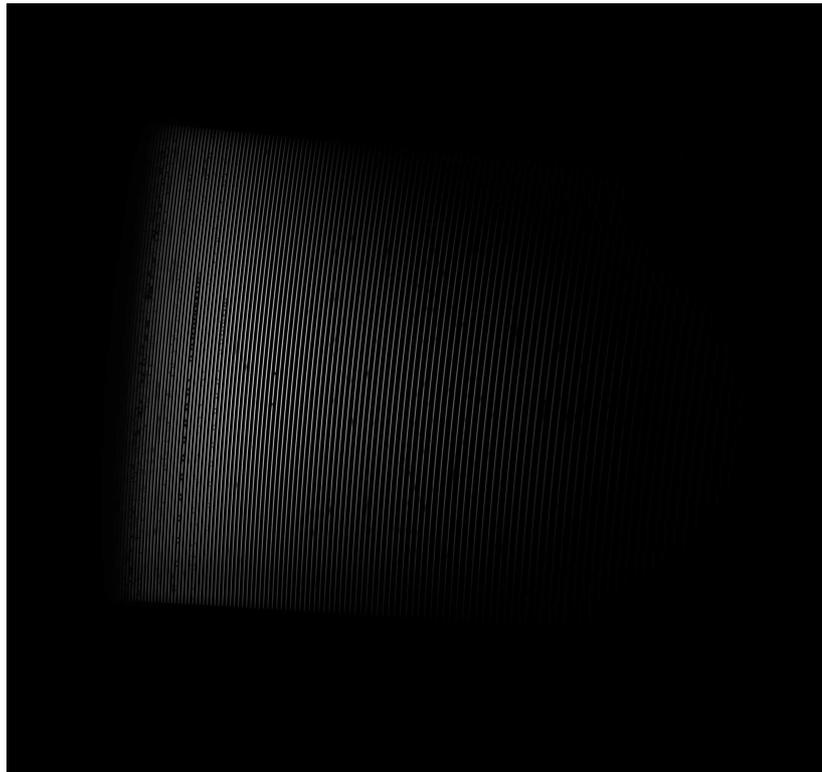


Abbildung 9: Die Rohdaten der Beobachtung von Deneb. Die senkrecht verlaufenden und leicht gebogenen hellen Streifen stellen die verschiedenen Beugungsordnungen dar. Man erkennt dann z.B. auch links einige dunkle Stellen auf einem Streifen, die vor allem tellurische Linien aus der Erdatmosphäre darstellen.

Tabelle 2: Die Randbedingungen der Beobachtungen

Tag der Beobachtung:	21.09.2005
Teleskop:	Calar Alto 2.2 m-Teleskop
Spektrograph:	FOCES-Echelle-Spektrograph
Spaltbreite in $\mu\text{m}$ :	120
Seeing:	1 Bogensekunde
Wellenlängenbereich:	3800-9600Å
Signal-zu-Rausch-Verhältnis:	600 nach Co-Addition
Belichtungszeit:	20 s
Auflösung:	40 000
Reduktion:	zweidimensionale CCD-Echelle-Spektrogramme, reduziert mit den Routinen aus dem FOCES-Paket

Der erste Schritt bei der Verarbeitung dieser Rohdaten ist das Entfernen von **bad pixel**, fehlerhafter Detektorpixel, und **cosmics**, einzelner überbelichteter Pixel, die durch hochenergetische kosmische Strahlung erzeugt werden.

Bei der Umwandlung des Signals in einen digitalen Wert wird zu diesem ein Offset oder Bias-Signal addiert, um negative Signalwerte zu vermeiden, die z.B. durch Fluktuationen entstehen können. Kompensiert wird dieses **Bias**-Signal über das Auslesen einer Null-Sekunden-Belichtung, bei der keine Photoelektronen in den CCD-Pixeln gespeichert sind.

Weiterhin sind auch aufgrund thermischer Anregung freie Elektronen im CCD vorhanden. Um diesen **Dunkelstrom** zu kompensieren, werden unbelichtete Aufnahmen von einigen Sekunden verwendet.

Nun hat jedes Pixel auf dem CCD eine andere Quantenausbeute und damit eine andere Empfindlichkeit. Durch Aufnahmen kontinuierlicher Spektren wie von Halogenlampen, sogenannte **Flatfieldaufnahmen**, kann dieser Effekt kompensiert werden. Flatfieldaufnahmen dienen außerdem zur Bestimmung der Lage der einzelnen Beugungsordnungen auf dem CCD-Chip und zur Korrektur der Echelle-Blaze-Funktion, einer durch den Spektrographen produzierten Intensitätsverteilung.

Um die Ortsinformation auf dem CCD (Pixelnummer) in eine Wellenlängeninformation überzuführen ist zudem eine **Wellenlängenkalibration** mittels einer Thorium-Argon-Lampe erforderlich. Dabei untersucht man die Lage von Emissionslinien wohlbekannter Wellenlänge auf dem CCD-Chip.

Da ein Vergleich der absoluten Flüsse wegen der Lichtverluste am Spalt schwierig ist, wurden die Spektren **rektifiziert**, d.h. das Strahlungskontinuum auf eins normiert. Dies wird manuell für jede einzelne Beugungsordnung in einem Spektrum durchgeführt.

Nach der Zusammenführung der jeweils etwa 90 Beugungsordnungen, dem sogenannten **mergen**, wurden die acht Spektren quadratisch coaddiert - gewichtet mit den quadrierten Signal zu Rausch-Verhältnissen. Mittels Kreuzkorrelation zu einem theoretischen Spektrum bei Ruhewellenlängen erfolgte noch die Korrektur der **Dopplerverschiebung** des Spektrums durch die Radialgeschwindigkeit des Sterns und die Bewegung

der Erde um die Sonne. Als Wert für die Radialgeschwindigkeit ergab sich 2.50 km/s relativ zur Erde.

Das Ergebnis all dieser Bemühungen zeigt Abbildung 10.

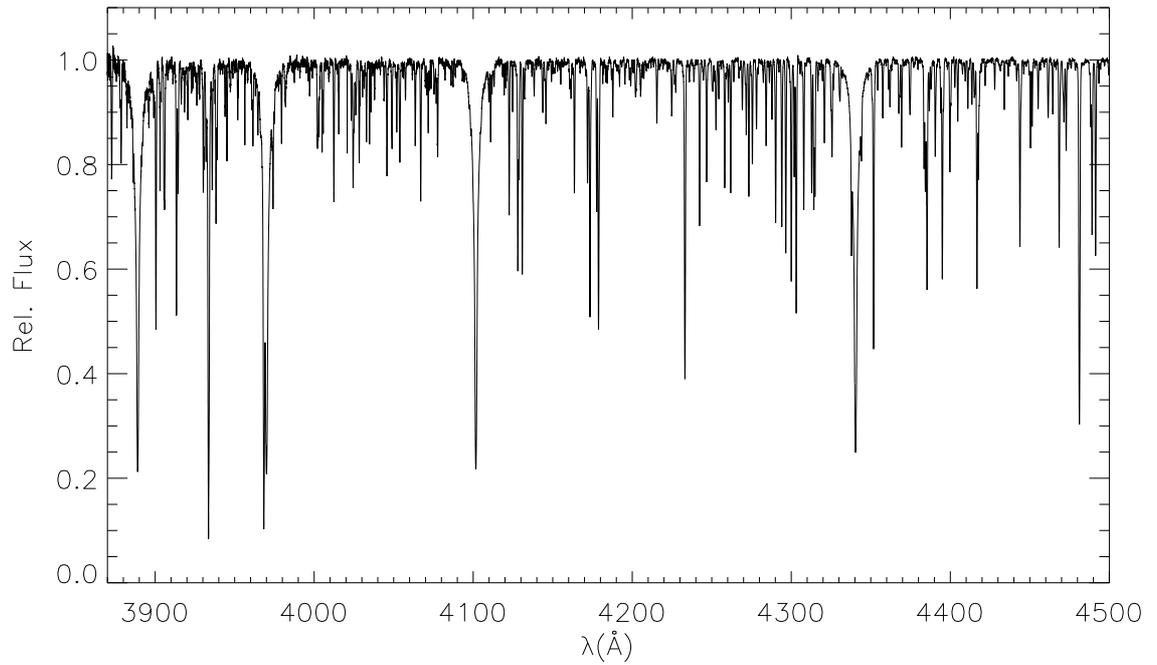


Abbildung 10: Ein größerer Ausschnitt des vollständig reduzierten Spektrums nach Rektifizierung und Coaddition. Die auffälligsten Linien in diesem Spektrum sind die Balmerlinien H $\zeta$ , H $\epsilon$ , H $\delta$  und H $\gamma$  bei 3889, 3970, 4100 und 4340 Å.

### 3.2 Spektrumssynthese

Das grundlegende Verfahren der quantitativen Spektroskopie ist der Versuch, beobachtete und theoretische, am Computer berechnete Spektren auf selbstkonsistente Weise in möglichst gute Übereinstimmung zu bringen. Wie aber werden die theoretischen Spektren berechnet? Jede Arbeitsgruppe hat hier andere Verfahren. Abbildung 11 zeigt die hier verwendete Methode.

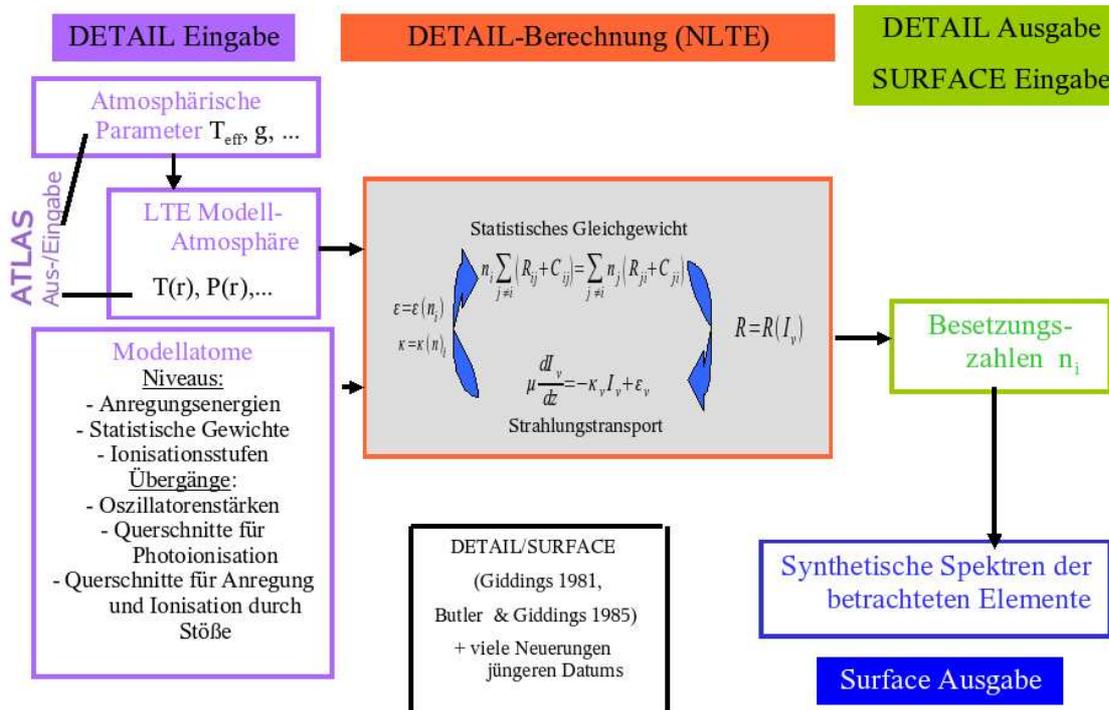


Abbildung 11: Das Verfahren zur Berechnung theoretischer Spektren gliedert sich in drei Hauptabschnitte: die Berechnung der LTE-Atmosphärenstruktur (violett, links), darauf basierend die iterative Berechnung der Besetzungszahlen und des Strahlungsfeldes im NLTE (rot, Mitte) und mit diesen Besetzungszahlen (grün, rechts) die Berechnung theoretischer Spektren (blau, rechts unten).

Wie am Ende von Abschnitt 2.2.2 beschrieben, wird in bestimmten Fällen die Beschreibung der Sternatmosphären im NLTE nötig. Die Temperatur- und Druckschichtung der Atmosphäre eines BA-Überriesen ist tatsächlich recht nahe am LTE. Bei der Linienentstehung hingegen treten erhebliche NLTE-Effekte auf.

Daher bietet sich eine LTE-NLTE-Hybridtechnik an, bei der zunächst die Atmosphärenstruktur im LTE berechnet wird. Darauf baut dann eine NLTE-Berechnung für die Besetzungszahlen der Niveaus verschiedener Atome und Ionen auf. Ein entsprechendes Verfahren wie in Abbildung 11 stellt eine konsistente Methode mit rechentechnisch überschaubarem Aufwand dar.

Zunächst wird mit dem ATLAS9-Code von Kurucz eine LTE-Atmosphärenstruktur (z.B. Temperatur- und Druckschichtung  $T(r)$  und  $P(r)$ ) berechnet (im Bild links, violette Farben). Vereinfachende Annahmen sind hierbei planparallele Geometrie, Homogenität der einzelnen Schichten und Stationarität. Zusammen mit sogenannten Modellatomen, Tabellen mit Informationen über Energieniveaus und Übergänge verschiedener Atomsorten, bildet dies die Basis für eine Berechnung der Besetzungszahlen im NLTE mit dem Programm DETAIL (in der Bildmitte, rote Farben).

Dazu muss wie in 2.2.3 beschrieben die Gleichung für das statistische Gleichgewicht gelöst werden, wie sie in Abbildung 11 im Kasten in der Mitte, aufgeschlüsselt nach Strahlungs- ( $R$ ) und Stoß- ( $C$ ) Prozessen, zu sehen ist. Diese lineare Gleichung muss nun nach den Besetzungszahlen  $n_i$  aufgelöst werden. Die Koeffizienten  $R_{ij}$  und  $C_{ij}$  hängen aber von den Strahlungsprozessen in der Sternatmosphäre ab, müssen also aus der spezifischen Intensität  $I_\nu$  bestimmt werden. Diese wiederum erhält man durch Lösen der Strahlungstransportgleichung mit den Koeffizienten  $\kappa_\nu$  und  $\epsilon_\nu$ , die die Absorptions- und Emissionseigenschaften des Mediums beschreiben. Diese Koeffizienten werden nun aber durch die Besetzungszahlen der atomaren Niveaus bestimmt, womit man nur eine formale Lösung hat. Das Problem muss iterativ gelöst werden!

Ist die Iteration konvergiert, werden mit den berechneten NLTE-Besetzungszahlen (rechts im Bild, grün) die theoretischen Spektren mit dem SURFACE-Programm (rechts unten im Bild, blau) bestimmt. Diese werden nach Faltungen, welche das Instrumentprofil, die projizierte Rotationsgeschwindigkeit  $v_{\text{rot}} \sin i$  und die Makroturbulenz berücksichtigen, mit den beobachteten Spektren in bestmögliche Übereinstimmung gebracht. Auch dies ist wieder ein iterativer Prozess, bei dem durch wiederholten Vergleich von Theorie und Beobachtung die besten Werte für die Parameter bestimmt werden. Abbildung 12 veranschaulicht dies. Abbildung 13 zeigt den Fit eines theoretischen Spektrums (fett, rot) an die Beobachtung (dünn, schwarz).

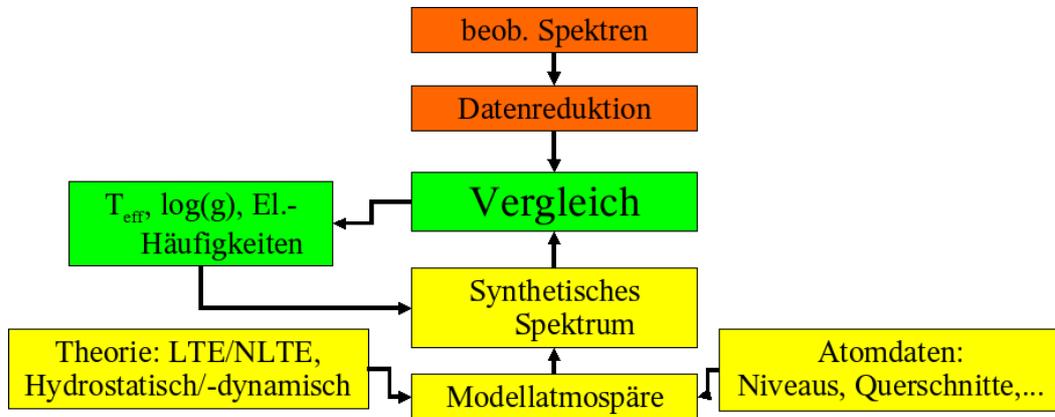


Abbildung 12: Ein grundlegendes Schema zur quantitativen Spektroskopie. Man vergleicht stets reduzierte beobachtete Spektren (orange, oben) mit theoretischen Spektren, die man mit verschiedenen Modellen für Atmosphären und Atome synthetisiert (gelb, unten). Der Vergleich liefert Hinweise für die Wahl modifizierter Sternparameter, mit denen ein neues theoretisches Spektrum berechnet wird usw., bis schließlich eine zufriedenstellende Übereinstimmung erreicht ist.

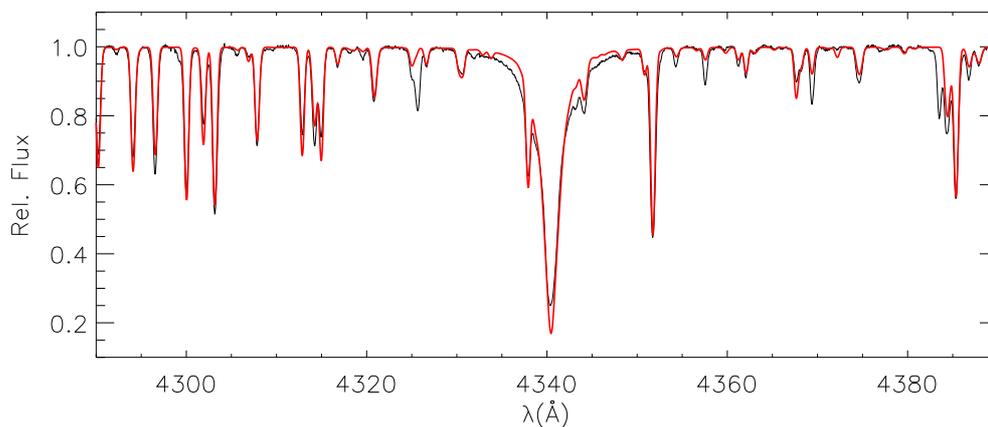


Abbildung 13: Beispiel für den Fit eines theoretischen Spektrums (fett, rot) an die Beobachtung (dünn, schwarz). Dominierende Linie in diesem Spektralbereich ist die Balmerlinie (H $\gamma$ ) bei 4340 Å. Neben Wasserstoff wurden hier auch noch Linien für einige andere Elemente gerechnet. Weitere Ausführungen werden auf das nächste Kapitel verschoben, da hier nur ein typisches Beispiel gegeben werden soll.

## 4 Quantitative Spektroskopie

### 4.1 Fundamentale Sternparameter

Dieser Abschnitt erläutert die Ableitung der grundlegenden Atmosphärenparameter **Effektivtemperatur**  $T_{\text{eff}}$ , **Schwerebeschleunigung**  $g$  und **Heliumhäufigkeit**  $n(\text{He})$ . Für diese drei unabhängigen Parameter benötigt man auch *drei* unabhängige Indikatoren. Neben den neutralen Wasserstoff- und Heliumlinien werden hier deshalb auch noch Magnesiumlinien betrachtet. Dadurch kommt zwar ein weiterer Parameter, die Magnesiumhäufigkeit, hinzu. Durch die Betrachtung sowohl von Mg I- als auch von Mg II-Linien hat man nun aber ausreichend Indikatoren zur Bestimmung der fundamentalen Atmosphärenparameter.

Das grundsätzliche Vorgehen besteht darin, theoretische Spektren für verschiedene Parameter zu berechnen mit dem Ziel, Theorie und Beobachtung in Übereinstimmung zu bringen. Typischerweise reagieren bei Sternen dieses Typs die Balmerlinien relativ empfindlich auf Variationen der Schwerebeschleunigung, während Mg I-Linien sehr empfindlich gegenüber Änderungen von Temperatur und Schwerebeschleunigung sind. Man betrachtet nun zwei „Blöcke“. Der eine Block ist die Gesamtheit der Mg I- und Mg II-Linien, die nutzbar sind. Der andere Block ist die Gesamtheit der verwertbaren Wasserstoff- und Heliumlinien. Im Laufe der Parameterbestimmung springt man dann zwischen beiden Blöcken hin und her. Dabei passt man die Temperatur und die Schwerebeschleunigung anhand der Magnesiumlinien an, unter der Randbedingung, dass die beiden Ionisationsstufen die gleiche Magnesiumhäufigkeit anzeigen. Im Block der Wasserstoff- und Heliumlinien strebt man zunächst eine möglichst gute Übereinstimmung bei den Wasserstofflinien (z.B. Balmerlinien) an und bestimmt dann die Heliumhäufigkeit. Diese hat wiederum Einfluss auf die Wasserstofflinien, sodass man innerhalb des Wasserstoff/Helium-Blocks auch zwischen Wasserstoff und Helium alterniert.

Es ergibt sich ein iterativer Prozess, bei dem das Parameterergebnis des einen Blocks als Ausgangspunkt für eine Parametervariation im anderen Block verwendet wird. Das Prinzip zur Bestimmung der Parameter ist in Abbildung 14 dargestellt.

Man wählt einen geeigneten Startwert für die Effektivtemperatur (z.B. aus einer empirischen Spektraltyp- $T_{\text{eff}}$ -Kalibration), und ermittelt wie eben beschrieben den bestmöglichen Wert für  $\log(g)$  aus dem Vergleich von theoretischen und beobachteten Wasserstofflinien. Diesen Punkt trägt man wie in Abbildung 14 (dort als Raute) dargestellt in ein  $T_{\text{eff}}/\log(g)$ -Diagramm ein. Dasselbe macht man bei einer anderen Temperatur und verbindet dann die beiden Punkte mit einer Geraden. Anschließend führt man diese Prozedur mit den Magnesium-Linien durch. Im Schnittpunkt der beiden Geraden (schwarze Linien in Abbildung 14) erhält man erste ungefähre Werte für die grundlegenden Sternparameter (kleiner Stern mit vier Zacken). Nun geht man mit diesen Werten z.B. zum Block der Magnesiumlinien, die eine kleine Modifikation der Parameter anzeigen. Man iteriert dann zwischen den Magnesium- und den Wasserstoff/Helium-Linien hin und her bis nach mehreren kleinen Parameterveränderungen (in Abbildung 14 durch blaue und gelbe Linien angezeigt) eine ausreichende Übereinstimmung aller

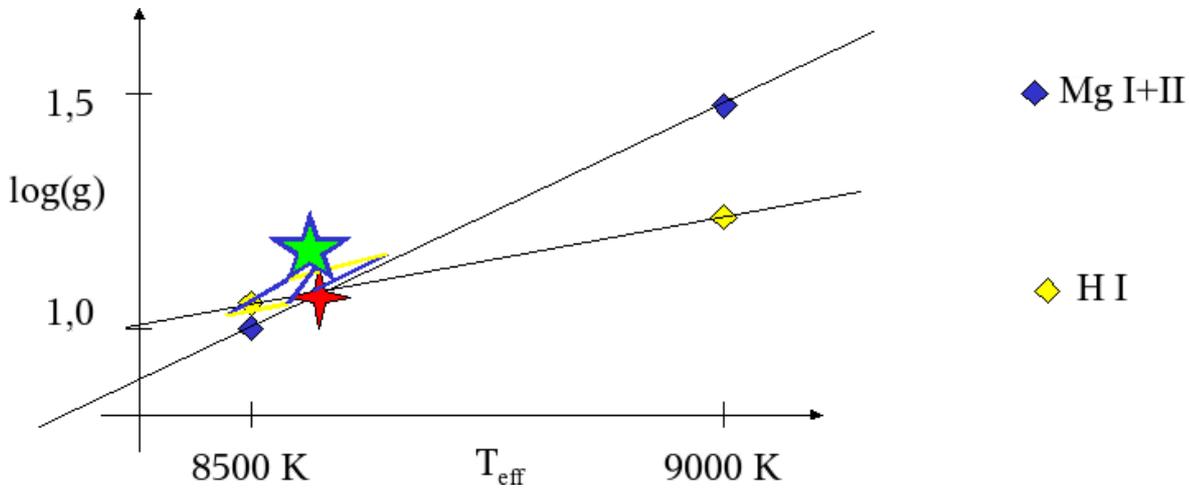


Abbildung 14: Ein Verfahren zur Bestimmung der fundamentalen Atmosphärenparameter Effektivtemperatur  $T_{\text{eff}}$  und Logarithmus der Schwerebeschleunigung  $\log(g)$ . Erklärung im Text.

dieser Linien erreicht ist. Dieser Endpunkt ist in der Abbildung durch einen großen fünfzackigen Stern dargestellt.

Für Deneb wurde auf diese Weise eine Effektivtemperatur von 8525 K, ein  $\log(g)$  von 1.10 und eine Heliumhäufigkeit von 0.11 (nach Anzahlbruchteil) bestimmt. Zu den Analysen wurden neben den von Przybilla et al. (2006) aufgeführten auch einige weitere Linien herangezogen.

Das Instrumentenprofil (fest, bekannt), die **projizierte Rotationsgeschwindigkeit**  $v_{\text{rot}} \sin i$  und die **Makroturbulenz** müssen bei jedem Vergleich von beobachteten und theoretischen Spektrallinien als Faltungsparameter für die theoretischen Linien angegeben werden. Nach der Untersuchung einiger Spektrallinien kristallisieren sich bestimmte Werte für diese Parameter heraus, die im Laufe der gesamten Untersuchung endgültig bestimmt werden. Für  $v_{\text{rot}} \sin i$  und die Makroturbulenzgeschwindigkeit ergeben sich Werte von jeweils 20 km/s.

Wie in Gleichung 56 erkennbar ist, führt die **Mikroturbulenz**  $\xi$  zu einem nicht-linearen Verhalten der Dopplerbreiten und damit der Äquivalentbreiten von Spektrallinien. Die korrekte Mikroturbulenz bestimmt man daher aus der Bedingung, dass die aus den Linien abgeleiteten Häufigkeiten nicht von der Äquivalentbreite der Linie abhängen. Hieraus ergibt sich ein Wert von 8 km/s. Da die Mikroturbulenz Einflüsse auf die Atmosphärenstruktur hat, müssen nach einer Änderung der Mikroturbulenz die Stellarparameter nochmals nachiteriert werden.

Auch Metalle haben durch ihre zahlreichen Spektrallinien einen gewissen Einfluss auf die Atmosphärenstruktur. Sie behindern den radiativen Energiefluss und sorgen so für eine Kühlung der äußeren Atmosphärenschichten und ein Erwärmen der inneren

Schichten. Dieser Einfluss hängt von der mittleren Metallhäufigkeit oder **Metallizität** ab. Die Atmosphärenstruktur ist relativ unempfindlich gegenüber kleinen Variationen der Metallizität, sodass im weiteren mit solaren Werten gerechnet wurde.

Die Literatur enthält einige Analysen zu Denebs Atmosphärenparametern. Auf einige neuere Arbeiten soll hier zum Vergleich kurz eingegangen werden.

Aufdenberg et al. (2002) fanden mit interferometrischen Methoden bzw. Fits der spektralen Energieverteilung (hydrodynamische NLTE-Modellierungen bei sphärischer Geometrie)  $8\,600 \pm 500$  K bzw.  $8\,420 \pm 100$  K. Über den Sternradius bzw. Fits der Energieverteilung wurde auch  $\log(g)$  zu  $\approx 1.3$  bzw.  $1.1$ - $1.6$  bestimmt. Diese Werte passen (innerhalb der Fehlergrenzen) relativ gut zu den hier gefundenen. Allerdings sollte darauf hingewiesen werden, dass Aufdenberg et al (2002) auf große Probleme beim Reproduzieren der Pfund-Linien stießen (siehe Abbildung 15).

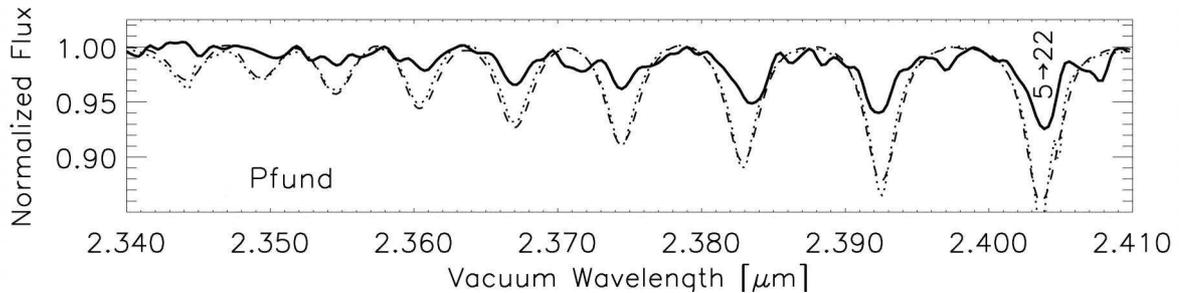


Abbildung 15: Die besten Fits von Aufdenberg et al. (2002) von Modellspektren an die Beobachtung (fette, durchgezogene Linie). Dargestellt sind ein Windmodell (gestrichelt) und ein hydrostatisches Modell (gepunktet). (Fig. 22 aus Aufdenberg et al. 2002)

Albayrak (2000) leitet aus LTE-Rechnungen eine Effektivtemperatur von  $9\,000$  K und ein  $\log(g)$  von  $1.45$  ab. Er findet zwar Inkonsistenzen bei den Parametern, gibt aber keine Fehler an.

Takeda (1994) erhält mit NLTE-Rechnungen  $10\,000 \pm 500$  K und  $1.5 \pm 0.3$  dex. Der Wert für die Effektivtemperatur ist deutlich höher als in dieser Arbeit bestimmt und verglichen mit Denebs Spektraltyp sehr hoch. Bei Takeda (1994) stellt sich auch das Ionisationsgleichgewicht für Mg I und Mg II nicht ein.

## 4.2 Elementhäufigkeiten

Nach der Bestimmung der Atmosphärenparameter können nun die Häufigkeiten der verschiedenen Elemente bestimmt werden. Dabei wird zunächst ein auf der logarithmischen Häufigkeitsskala äquidistantes Gitter für jedes Element berechnet und anschließend für jede geeignete Spektrallinie der beste Wert für die Häufigkeit interpoliert. Aus den i.a. verschiedenen Häufigkeiten, die man so für eine Atomsorte erhält, ergibt sich dann eine mittlere Häufigkeit mit Standardabweichung.

Die verwendete logarithmische Skala ist durch

$$\log\left(\frac{x_{El}}{x_H}\right) + 12 \quad (78)$$

definiert, wobei  $x_{El}$  der Anzahlbruchteil des betrachteten Elements und  $x_H$  der Anzahlbruchteil von Wasserstoff ist. Wie man leicht erkennt, ist die Häufigkeit von Wasserstoff mit dieser Skala auf 12 festgesetzt. Tabelle 3 zeigt alle Häufigkeiten für die acht Elemente, die im NLTE und für die 20 Elemente, die im LTE gerechnet wurden (neben Wasserstoff). Um die Güte der NLTE- und LTE-Rechnungen zu vergleichen, wurde wo möglich neben der NLTE- auch eine LTE-Analyse durchgeführt.

Man kann in Tabelle 3 feststellen, dass der statistische Fehler bei NLTE-Rechnungen in der Regel (deutlich) kleiner als bei LTE-Rechnungen ist. Einzige Ausnahme ist hier Kohlenstoff, für den das Modellatom noch verbessert werden muss.

Bei allen NLTE- und bei den meisten LTE-Rechnungen sind die Ionisationsgleichgewichte gewahrt, d.h. Linien verschiedener Ionisationsstufen eines Elements ergeben die gleiche Häufigkeit für das Element. Dies ist für eine konsistente Lösung notwendig und bestätigt somit die Wahl der grundlegenden Sternparameter.

Abbildung 16 zeigt für die sieben Metalle, für die NLTE-Rechnungen durchgeführt wurden, die aus den einzelnen Linien bestimmten Häufigkeiten. Jeder Punkt gibt eine solche Linienhäufigkeit und die dazugehörige Äquivalentbreite der Linie an.

Besonders bei Stickstoff und Sauerstoff findet sich im NLTE eine sehr gute Übereinstimmung der Häufigkeiten verschiedener Linien. Besonders bei stärkeren Linien (mit größerer Äquivalentbreite) zeigt sich hier eine große Diskrepanz zwischen LTE und NLTE, die bis zu einer Größenordnung in der Häufigkeit betragen kann. Dies ist ein bekanntes Phänomen. Neu ist, dass so große Unterschiede auch schon bei schwachen Linien im Fall des Stickstoffs auftreten.

Sehr schön sind auch die systematischen Fehler im LTE gegenüber dem NLTE am Beispiel der Schwefel- und Titan-Linien zu erkennen. Im LTE erhält man für Schwefel eine systematisch größere, für Titan eine systematisch kleinere Häufigkeit als im NLTE. Die Darstellung der Eisen-Linien veranschaulicht deutlich den größeren statistischen Fehler im LTE.

Interessante Aspekte fördert auch eine Betrachtung der Häufigkeiten relativ zu solaren Werten (aus Grevesse & Sauval 1998), wie sie in Abbildung 17 dargestellt ist, zu Tage. Neben einer leicht erhöhten Heliumhäufigkeit fallen in Abbildung 17 eine deutlich untersolare Kohlenstoffhäufigkeit und eine stark übersolare Stickstoffhäufigkeit auf. Erklärt werden kann dies über den sogenannten CNO-Prozess, dem in massereichen

Tabelle 3: Eine Übersicht aller bestimmten Elementhäufigkeiten in NLTE und LTE.

Element mit Ionisationsstufe	NLTE- Häufigkeiten	LTE- Häufigkeiten	# Linien
He I	$11.09 \pm 0.03$	—	7
C I	$7.94 \pm 0.16$	$8.03 \pm 0.15$	11
C II	$8.04 \pm 0.06$	$8.06 \pm 0.05$	3
N I	$8.61 \pm 0.02$	$9.12 \pm 0.24$	14
N II	$8.61 \pm 0.00$	$9.04 \pm 0.06$	3
O I	$8.61 \pm 0.03$	$8.95 \pm 0.33$	21
Ne I	—	$8.16 \pm 0.04$	8
Na I	—	$7.00 \pm 0.07$	6
Mg I	$7.39 \pm 0.07$	$7.32 \pm 0.13$	4
Mg II	$7.39 \pm 0.06$	$7.49 \pm 0.07$	6
Al I	—	$6.00 \pm 0.00$	2
Al II	—	$6.10 \pm 0.14$	2
Si II	—	$7.62 \pm 0.07$	7
S II	$7.00 \pm 0.03$	$7.17 \pm 0.08$	13
Ca II	—	$5.81 \pm 0.14$	5
Sc II	—	$2.41 \pm 0.04$	3
Ti II	$4.80 \pm 0.08$	$4.60 \pm 0.11$	47
V II	—	$3.53 \pm 0.07$	9
Cr I	—	$5.65 \pm 0.08$	7
Cr II	—	$5.62 \pm 0.07$	43
Mn I	—	$5.43 \pm 0.04$	2
Mn II	—	$5.40 \pm 0.03$	13
Fe I	—	$7.22 \pm 0.06$	29
Fe II	$7.25 \pm 0.04$	$7.27 \pm 0.06$	43
Fe III	—	7.28	1
Ni I	—	$6.20 \pm 0.00$	2
Ni II	—	$6.20 \pm 0.04$	10
Sr II	—	$2.03 \pm 0.04$	2
Ba II	—	$2.00 \pm 0.05$	3

Sternen dominanten Wasserstoff-Fusionsprozess. Die Elemente Kohlenstoff, Stickstoff und Sauerstoff treten hierbei als Katalysatoren auf. Die einzelnen Reaktionsmechanismen bewirken eine Abreicherung von Kohlenstoff und eine Anreicherung von Stickstoff im Kern und folglich ein hohes N/C-Verhältnis. Damit dies in der Atmosphäre bemerkt werden kann, muss es zu Mischungsprozessen zwischen konvektivem Kern und nicht-konvektiver Hülle kommen. In Abschnitt 4.6 wird hierauf nochmal genauer eingegangen. Für Deneb erhält man einen Wert von  $4.47 \pm 1.56$  als Anzahlbruchteil bzw. von  $5.21 \pm 1.82$  als Massenbruchteil. Das N/C-Verhältnis ist von herausragender Be-

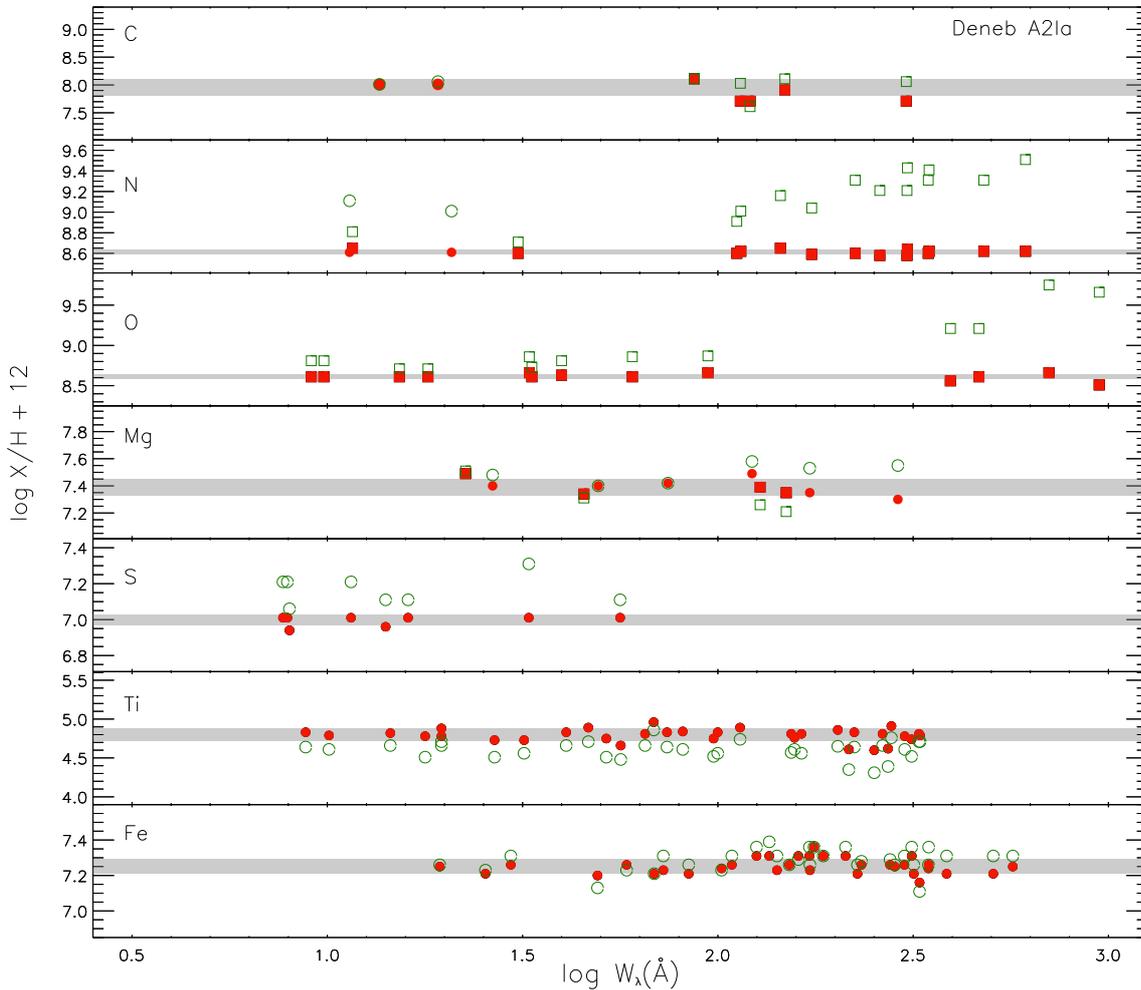


Abbildung 16: Eine Zusammenfassung der Häufigkeiten, die aus verschiedenen Linien bestimmt wurden, aufgetragen gegen die Äquivalentbreite. Für gleiche fundamentale Parameter sind hier Häufigkeiten aus NLTE-Rechnungen (rote, ausgefüllte Symbole) und LTE-Rechnungen (grüne, leere Symbole) dargestellt. Weiterhin zeigen Quadrate Linien neutraler Atome an, Kreise weisen auf die erste Ionisationsstufe hin. Für jedes Element werden die Mittelwerte mit  $1\sigma$ -Fehlern im NLTE durch graue Balken hervorgehoben.

deutung für den Test von Sternentwicklungsmodellen (siehe Abschnitt 4.6).

Für die Häufigkeiten von schwereren Elementen als Stickstoff zeigen sich deutlich im NLTE durchweg untersolare Häufigkeiten von etwa  $0.20 \pm 0.04$ , was der graue Balken in Abbildung 17 hervorhebt. Dieser Wert für die **Metallizität** ist der Mittelwert der O-, Mg-, S-, Ti- und Fe-Häufigkeiten im NLTE relativ zu den solaren Werten. Im LTE ist dies wegen einer deutlich größeren Streuung der Häufigkeiten über die verschiedenen Elemente kaum wahrnehmbar. Im NLTE zeigen die  $\alpha$ -Elemente keine höheren

Häufigkeiten als Eisen, wie es für Population II-Sterne zu erwarten ist. Im LTE zeigen die  $\alpha$ -Elemente gegenüber Eisen eine leicht erhöhte Häufigkeit.

Abbildung 18 zeigt die Häufigkeiten mit Fehlern, die von Albayrak (2002) bestimmt wurden. Wie man leicht erkennt, unterliegen die dort gefundenen Häufigkeiten deutlich größeren Fehlern. Verschiedene Unstimmigkeiten, wie z.B. eine *untersolare* Heliumhäufigkeit, sind auf die Vernachlässigung von NLTE-Effekten und auf eine damit verbundene Fehlbestimmung der Atmosphärenparameter zurückzuführen.

Auch Takeda (1994) führte eine NLTE-Häufigkeitsanalyse für verschiedene Elemente durch, stellte um etwa 0.6 übersolare Stickstoffhäufigkeit fest und vermutet eine *untersolare* Kohlenstoffhäufigkeit. Dies sind Indikatoren für CNO-Prozesse im Kern, die auch eine Heliumanreicherung bewirken. Allerdings findet Takeda (1994) eine Heliumhäufigkeit von  $10.22 \pm 0.26$ . Dies entspricht einer Helium*abreicherung* von 0.77 dex zu solaren Werten. Zudem erreicht er kein Ionisationsgleichgewicht bei Mg I und Mg II. Diese Zahlen sind auf den extrem hohen abgeleiteten Wert für die Effektivtemperatur von 10 000 K zurückzuführen.

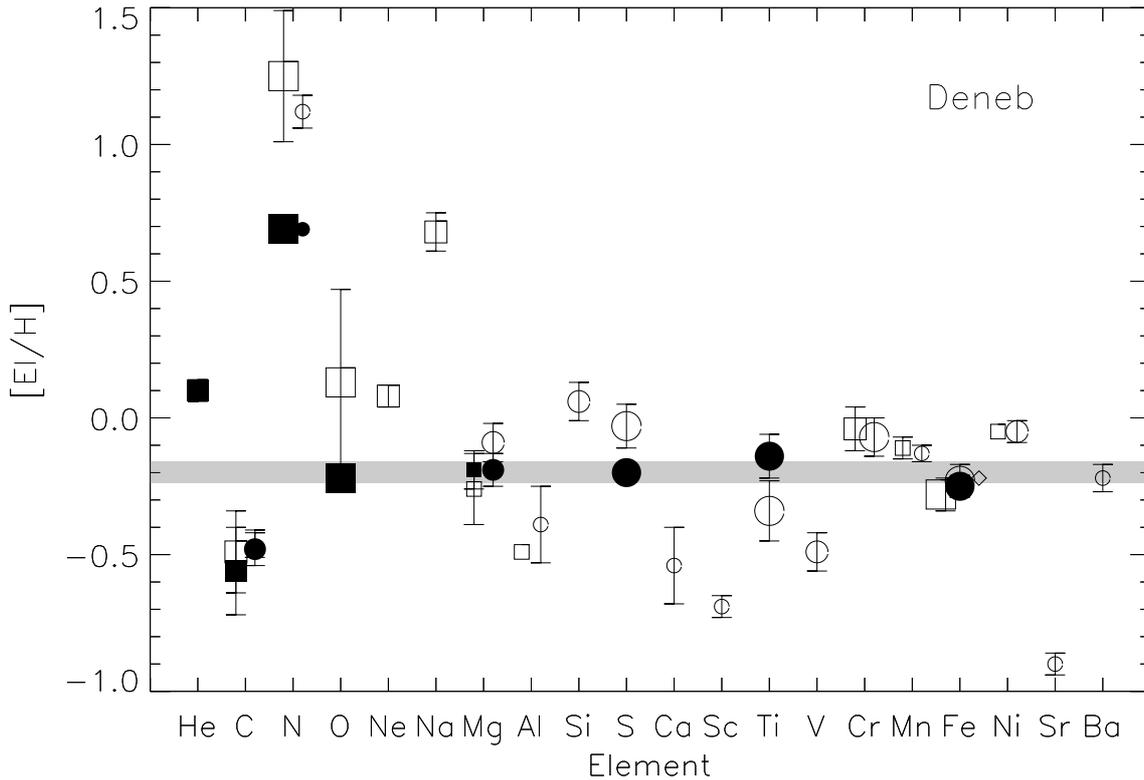


Abbildung 17: Die mittleren Häufigkeiten aus allen Linien einer Atomsorte mit statistischen  $1\sigma$ -Fehlern. Ausgefüllte Symbole zeigen wieder NLTE an, leere Symbole LTE. Zudem bezeichnen Rechtecke wieder neutrale Atome, Kreise die erste Ionisationsstufe und Rauten die zweite. Schließlich gibt noch die Größe der Symbole eine Information über die Anzahl der jeweils verwendeten Linien. Kleine Symbole stehen für 1-5, mittlere für 6-10 und große für mehr als zehn Linien. Die Häufigkeiten sind Angaben relativ zu solaren Werten, welche aus Grevesse & Sauval (1998) entnommen wurden. Der graue Balken hebt hervor, dass die NLTE-Häufigkeiten für alle Elemente ab Sauerstoff etwa  $0.20 \pm 0.04$  untersolar sind.

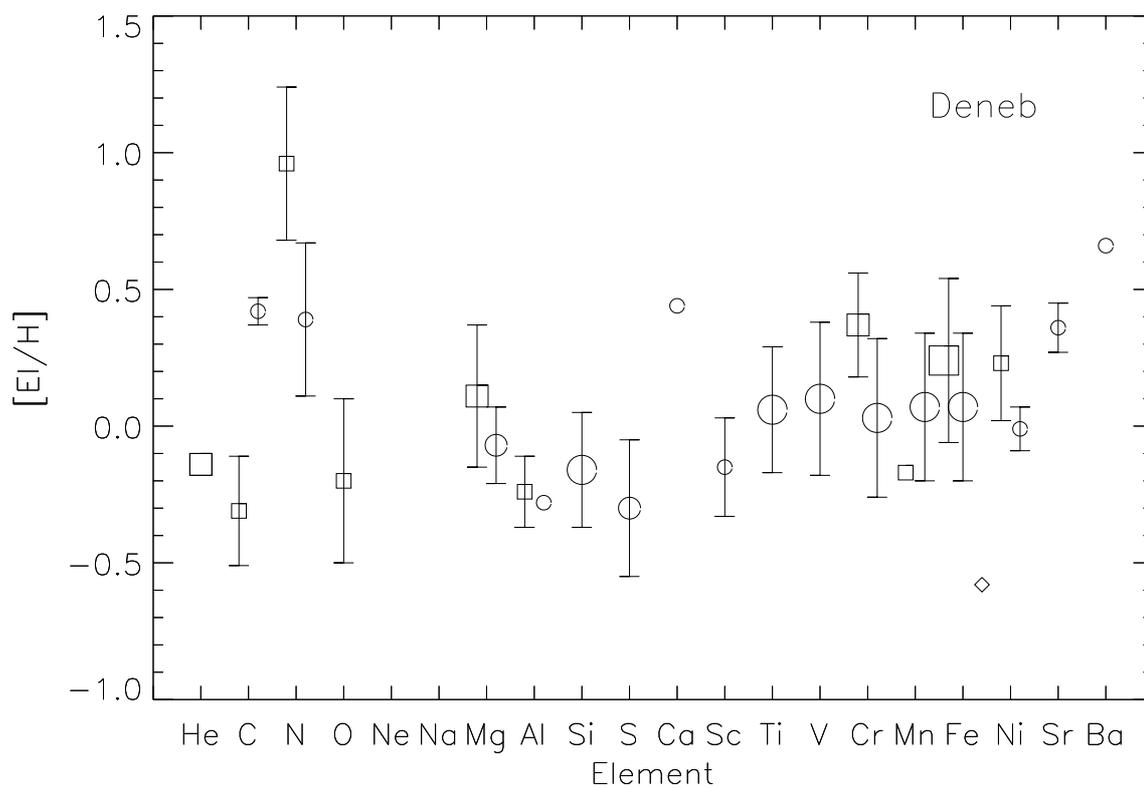


Abbildung 18: Eine zu Abbildung 17 entsprechende Darstellung der Ergebnisse von Albayrak (2000). Dort wurden alle Häufigkeiten im LTE berechnet, für  $T_{\text{eff}}=9\,000\text{ K}$  und  $\log(g)=1.45$ . Werte für solare Häufigkeiten stammen wieder aus Grevesse & Sauval (1998).

### 4.3 Beispielfits und Fehleranalyse

Im vorigen Abschnitt wurde bereits auf den statistischen Fehler der Elementhäufigkeiten eingegangen, der auf den verschiedenen Werten der einzelnen Linien beruht. Zusätzlich sind auch die Fehler bei der Bestimmung der fundamentalen Sternparameter zu diskutieren, was anhand einiger Beispiele erfolgen soll.

Zunächst sollen die Balmerlinien des Wasserstoffs anhand von  $H\gamma$  in Abbildung 19 diskutiert werden. Der Vergleich zwischen Theorie und Beobachtung in Abbildung 19

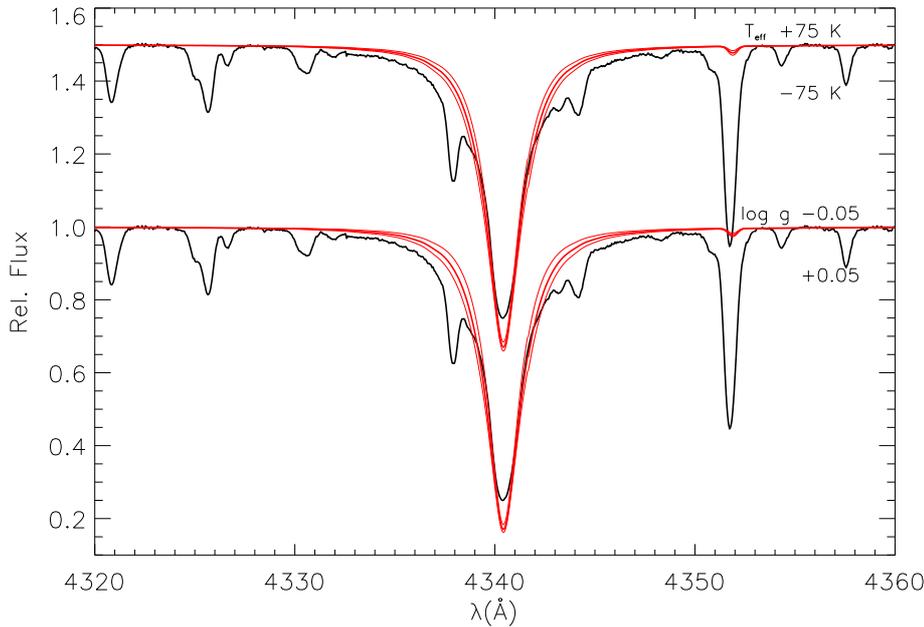


Abbildung 19: Linienfits (rot; dick für die endgültigen Parameter und dünn für die angezeigten Variationen.) zu  $H\gamma$ . In der hydrostatischen Näherung kann nur eine Kompromisslösung zur Reproduktion der Beobachtung (schwarz) gefunden werden (siehe auch Abbildung 20). Zur Abschätzung der Fehler bei Effektivtemperatur bzw. Schwerkbeschleunigung sind auch die theoretischen Profile für  $\pm 75$  K (obere rote Linien) bzw.  $\pm 0.05$  dex (untere rote Linien) dargestellt.

für die schließlich gefundenen Parameter stellt einen Kompromiss dar, um die Linie in Gänze zu reproduzieren. Dies war ein generelles Problem bei allen Balmer-Linien. Abweichungen treten sowohl im Kern als auch in den Linienflügeln zu Tage.

Das Übereinstimmungsproblem an den Flügeln stellt die Güte der abgeleiteten Sternparameter zunächst in Frage. Die hohe Selbstkonsistenz bei den Elementhäufigkeiten (Ionisationsgleichgewichte, s.u.) spricht aber für die gewählten Parameter. Daher wurde zusätzlich noch eine hydrodynamische NLTE-Atmosphärenstruktur in sphärischer Geometrie mit dem FASTWIND-Code (Puls et al. 2005) berechnet, s. Abbildung 20. Für die FASTWIND-Rechnung sind noch einige zusätzliche Parameter nötig:

Die Massenverlustrate  $\dot{M} = 2.5 \cdot 10^{-7} M_{\odot}$ , die Windendgeschwindigkeit  $v_{\infty} = 180 \text{ km s}^{-1}$ , der  $\beta$ -Parameter des Geschwindigkeitsfeldes  $\beta = 3.00$ , der Radius  $R = 192 R_{\odot}$  und die Turbulenzgeschwindigkeit  $v_{\text{turb}} = 8 \text{ km s}^{-1}$ . Aus der Anpassung der  $\text{H}\alpha$ -Linie wurde abweichend hiervon  $v_{\text{turb}} = 35 \text{ km s}^{-1}$  und  $\log(g) = 1.12$  gefunden.

Hier erhält man eine deutlich bessere Übereinstimmung über den gesamten Bereich der Linie. Eine völlig selbstkonsistente NLTE-Spektrumssynthese wäre wünschenswert, ist aber noch nicht durchführbar. Der FASTWIND-Code erlaubt nur die Berechnung von Wasserstoffprofilen. Häufigkeitsbestimmungen anderer Elemente sind bisher nicht möglich. Da die tieferen Atmosphärenschichten in guter Näherung statisch sind, erlaubt der hier verwendete Ansatz trotzdem die Analyse des Metallinienspektrums, s. Przybilla (2006) für eine weiterführende Diskussion.

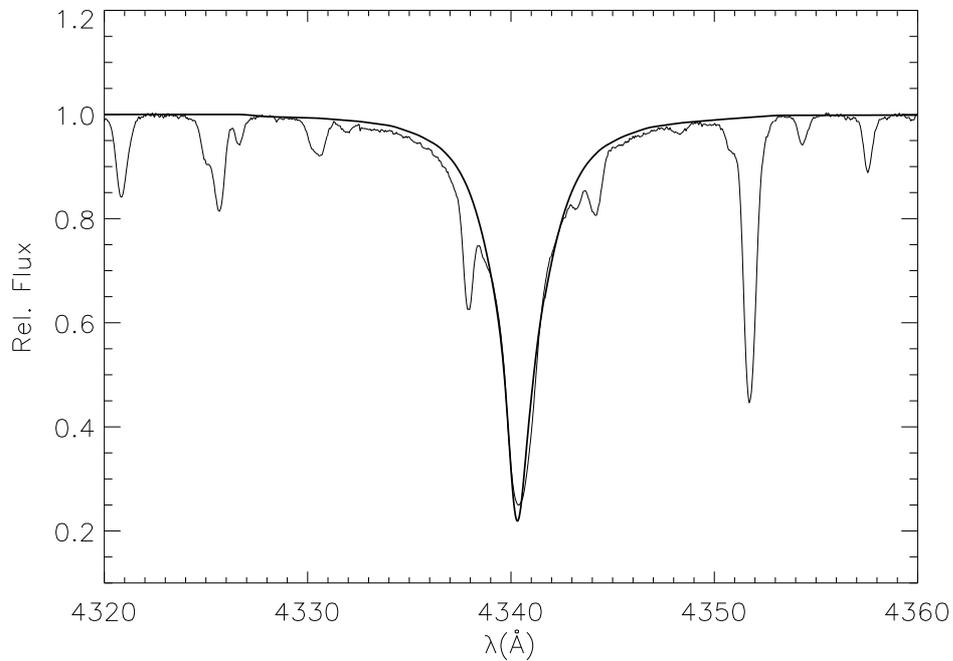


Abbildung 20: Die mit FASTWIND gefitete  $\text{H}\gamma$ -Linie. Theorie (fett) und Beobachtung (dünn) stimmen sowohl im Kern als auch in den Flügeln sehr gut überein. Der FASTWIND-Code behandelt im Gegensatz zur hier sonst verwendeten Methode *hydrodynamische* Atmosphären komplett im NLTE und in sphärischer Geometrie. (Das line-blanketing von ATLAS9 und von FASTWIND ist vergleichbar, wird aber sehr unterschiedlich behandelt.)

Wie in Abbildung 19 auch zu sehen ist, reagieren die Balmerlinien auf Variationen im Rahmen der angenommenen statistischen Fehler von 75 K in der Effektivtemperatur und 0.05 dex in  $\log(g)$  nur in etwas begrenztem Maße. Auch Helium- und  $\text{Mg II}$ -Linien sind in diesem Temperaturbereich um 8525 K kaum sensitiv auf derartige Variationen (s. Abbildung 21 links). Die statistischen Fehler für Temperatur und  $\log(g)$  basieren

vor allem auf den deutlichen Reaktionen der Mg I-Linien, wie in Abbildung 21 rechts zu sehen ist. Ein ähnliches Verhalten, wenn auch weniger deutlich ausgeprägt, weisen die Ni/II-Linien auf.

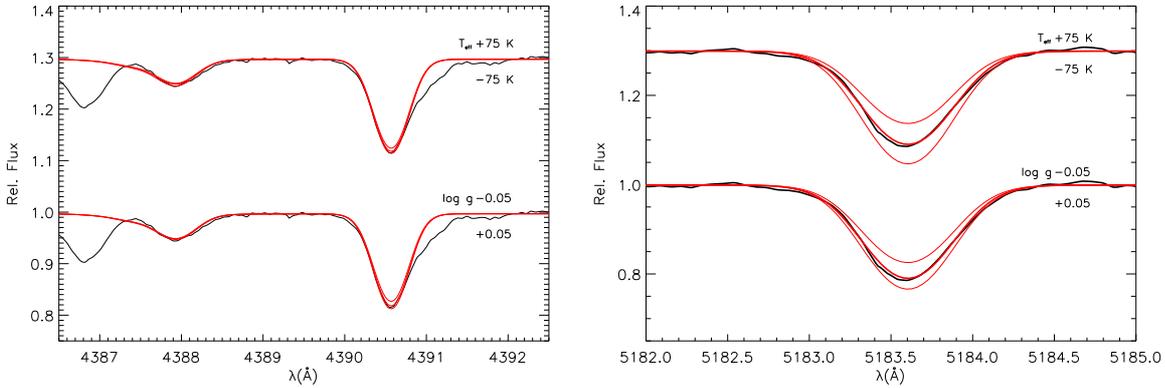


Abbildung 21: Links: Eine Heliumlinie bei  $4388 \text{ \AA}$  und eine Mg II-Linie bei  $4390.5 \text{ \AA}$ . Rechts: Die Mg I-Linie bei  $5183 \text{ \AA}$ . Beide Male werden neben den theoretischen Linien für die endgültigen Parameter wieder die theoretischen Linien für Temperaturvariationen von  $75 \text{ K}$  (oberes Linienset) und  $\log(g)$ -Variationen von  $0.05 \text{ dex}$  (unteres Linienset) gezeigt. Im Gegensatz zu den Helium- und Mg II-Linien zeigen die Mg I-Linien eine hohe Empfindlichkeit auf Variationen von Temperatur und Schwerebeschleunigung.

Zur Veranschaulichung der Qualität der Analyse wurde ein theoretisches Spektrum berechnet, welches alle Elemente, für die Modellatome und damit Häufigkeitsbestimmungen vorlagen, berücksichtigt. Für jedes Element wurde dabei die mittlere Häufigkeit aus allen mit den hier verwendeten Modellatomen verfügbaren Ionisationsstufen verwendet. Abbildung 22 zeigt den Vergleich dieses theoretischen Spektrums mit einem ausgewählten Abschnitt des beobachteten Spektrums im Bereich von  $4270$  bis  $4560 \text{ \AA}$ . Man erkennt über den gesamten Verlauf hinweg eine sehr gute Übereinstimmung.

Zur Abschätzung der systematischen Fehler in den Sternparametern wurde die Elementhäufigkeitsbestimmung für alle NLTE-Häufigkeiten mit veränderten Parametern wiederholt. Dabei wurde jeweils nur ein Parameter geändert. Die Effektivtemperatur von  $8525$  auf  $8600 \text{ K}$ ,  $\log(g)$  von  $1.10$  auf  $1.15$ , die Heliumhäufigkeit von  $0.11$  (Anzahlbruchteil) auf solar ( $0.089$ ) und die Mikroturbulenzgeschwindigkeit von  $8 \text{ km/s}$  auf  $7 \text{ km/s}$  gesetzt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4 zusammengefasst. Wie dort erkennbar ist, reagiert Kohlenstoff ähnlich wie Schwefel mäßig um maximal  $0.1 \text{ dex}$  auf Parametervariationen. Während Stickstoff, Sauerstoff und Mg II kaum reagieren sind bei Mg I deutliche Effekte v.a. bei der Temperaturvariation zu sehen. Eisen und Titan zeigen bei den Variationen aller Parameter deutliche Veränderungen.

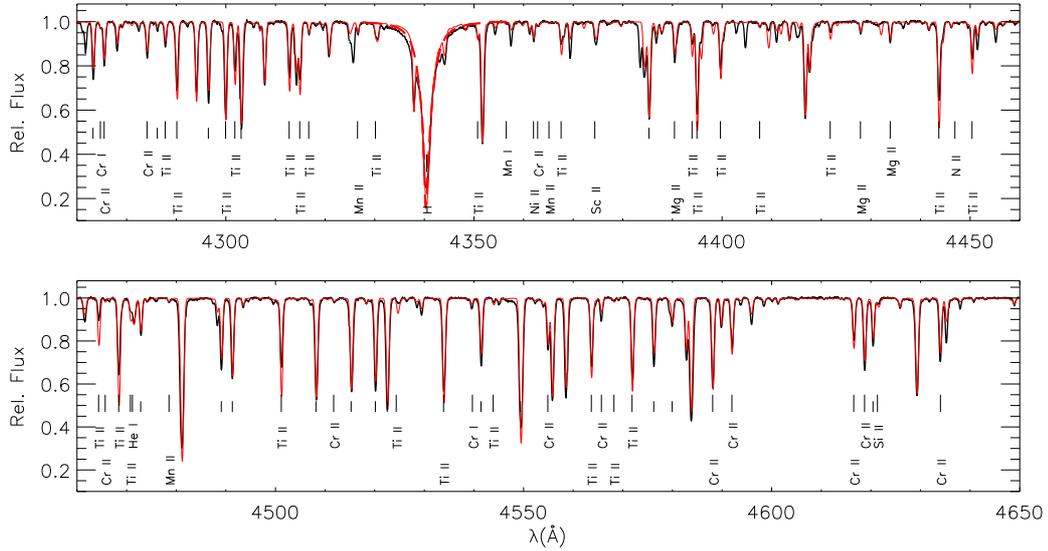


Abbildung 22: Vergleich des theoretischen Spektrums mit den Beobachtungen im Wellenlängenbereich von 4270 bis 4560 Å. Um den Bereich der Balmerlinie wurde der über DETAIL und SURFACE berechnete theoretische Fluss durch den Fluss aus einer FASTWIND-Rechnung ergänzt. Senkrechte Striche im Bild kennzeichnen zur Analyse herangezogene Spektrallinien. Kurze senkrechte Striche repräsentieren Fe II-Linien.

Tabelle 4: Die Resultate der Häufigkeitsbestimmung mit veränderten Sternparametern. Zum Vergleich zeigt die Häufigkeitsspalte ganz links die Werte für die endgültig verwendeten Werte:  $T_{\text{eff}}=8525$  K,  $\log(g)=1.10$ , Heliumhäufigkeit  $n(\text{He})=0.11$  (Anzahlbruchteil) und Mikroturbulenz  $\xi=8$  km/s. Es wurde jeweils nur einer dieser Parameter variiert. Der Kopf jeder Spalte gibt an, welcher Parameter auf welchen neuen Wert gesetzt wurde.

Element mit Ionisationsstufe	endgültige Parameter	$T_{\text{eff}}=8600$ K	$\log(g)=1.15$	$n(\text{He})=0.089$	$\xi=7$ km/s
C I	$7.94 \pm 0.16$	$8.00 \pm 0.20$	$7.85 \pm 0.23$	$7.88 \pm 0.22$	$7.89 \pm 0.21$
C II	$8.04 \pm 0.06$	$7.98 \pm 0.10$	$8.05 \pm 0.09$	$8.03 \pm 0.10$	$8.05 \pm 0.09$
N I	$8.61 \pm 0.02$	$8.59 \pm 0.03$	$8.55 \pm 0.06$	$8.57 \pm 0.04$	$8.62 \pm 0.04$
N II	$8.61 \pm 0.00$	$8.60 \pm 0.01$	$8.62 \pm 0.03$	$8.63 \pm 0.03$	$8.62 \pm 0.01$
O I	$8.61 \pm 0.03$	$8.64 \pm 0.06$	$8.61 \pm 0.06$	$8.63 \pm 0.07$	$8.63 \pm 0.07$
Mg I	$7.39 \pm 0.07$	$7.58 \pm 0.12$	$7.36 \pm 0.11$	$7.48 \pm 0.12$	$7.45 \pm 0.10$
Mg II	$7.39 \pm 0.06$	$7.41 \pm 0.11$	$7.40 \pm 0.09$	$7.42 \pm 0.10$	$7.42 \pm 0.09$
S II	$7.00 \pm 0.03$	$6.93 \pm 0.04$	$7.01 \pm 0.03$	$6.99 \pm 0.05$	$6.99 \pm 0.04$
Ti II	$4.79 \pm 0.08$	$4.60 \pm 0.09$	$4.50 \pm 0.10$	$4.85 \pm 0.11$	$4.83 \pm 0.10$
Fe II	$7.25 \pm 0.04$	$7.39 \pm 0.05$	$7.32 \pm 0.09$	$7.35 \pm 0.07$	$7.38 \pm 0.09$

#### 4.4 Abgeleitete Sternparameter

Nun werden beobachtete Helligkeiten aus Johnson et al. (1966) übernommen:  $V = 1^m25$  und  $B - V = +0^m09$ . Theoretische Werte und die bolometrische Korrektur werden aus dem ATLAS9-Fluss abgeleitet:  $(B - V)_0 = 0^m054$  und  $B.C. = -0^m111$ . Daraus wird dann der Farbexzess  $E(B - V) = 0^m036$  und mit Gleichung 20 die Extinktion  $A_V = 0^m113$  berechnet. Die absolute bolometrische Helligkeit  $M_{\text{bol}}$  kann aus der FGLR (Gleichung 21) mit Hilfe von Effektivtemperatur und Schwerebeschleunigung (aus der Spektralanalyse) gewonnen werden:  $M_{\text{bol}} = -8^m38$ . Die absolute Helligkeit ergibt sich daraus nach Abzug der bolometrischen Korrektur zu  $M_V = -8^m27$ .

Das Entfernungsmodul erhält man nun ganz einfach aus

$$(m - M)_V = V - M_V = 9^m52 \pm 0^m23 \quad (79)$$

was über Gleichung 19 die Distanz  $d$  von Deneb zu  $761 \pm 80$  pc ergibt. Das Entfernungsmodul von  $9^m52$  ist in sehr guter Übereinstimmung zum Wert  $9^m5$  von Humphreys (1978), die das Entfernungsmodul über die Zugehörigkeit von Deneb zur Assoziation Cyg OB 7 bestimmte. Auch die dort abgeleiteten Werte für absolute visuelle bzw. bolometrische Helligkeit von  $-8^m4$  bzw.  $-8^m6$  sind in relativ guter Übereinstimmung zu den Werten  $-8^m27$  und  $-8^m38$  in dieser Arbeit.

Die Leuchtkraft des Stern bekommt man nun durch Umformen von Gleichung 17 zu

$$L = 10^{\left(\frac{4.74 - M_{\text{bol}}}{2.5}\right)} L_{\odot} \approx 177\,000 L_{\odot} \quad (80)$$

Gleichung 9 liefert den Sternradius zu  $1.34 \cdot 10^{11}$  m, was etwa 192 Sonnenradien oder 0.89 astronomischen Einheiten entspricht. Wenn Deneb anstelle der Sonne stünde, würde er also unser Sonnensystem fast bis zur Erdbahn ausfüllen.

Nun lassen sich für jeden Stern auf verschiedene Weisen Massen bestimmen. Für Deneb wurde hier eine spektroskopische Masse nach Gleichung 22 von  $M^{\text{spec}} = 16.96 \pm 4.10 M_{\odot}$  gefunden. Tabelle 5 fasst alle Sternparameter zusammen (ohne die Häufigkeiten der einzelnen Metalle).

Tabelle 5: Eine Übersicht über alle Sternparameter (ohne Elementhäufigkeiten).

Name	Deneb
Spektraltyp	A2Ia
$d$	$761 \pm 80$ pc
Radialgeschwindigkeit	2.50 km/s
<b>Atmosphäre</b>	
$T_{\text{eff}}$	$8525 \pm 75$ K
$\log(g)$	$1.10 \pm 0.05$ dex ( $g$ in cgs)
Heliumhäufigkeit $y$	0.11 (Anzahlbruchteil)
$[M/H]$	-0.20 (dex)
$\xi$	$8 \pm 1$ km s <sup>-1</sup>
$\zeta$	$20 \pm 2$ km s <sup>-1</sup>
$v \sin i$	$20 \pm 2$ km s <sup>-1</sup>
<b>Photometrie</b>	
$V$ <sup>(a)</sup>	1 <sup>m</sup> 25
$B - V$ <sup>(a)</sup>	+0 <sup>m</sup> 09
$U - B$ <sup>(a)</sup>	-0 <sup>m</sup> 23
$(B - V)_0$ <sup>(b)</sup>	0 <sup>m</sup> 054
$B.C.$ <sup>(b)</sup>	-0 <sup>m</sup> 111
$E(B - V)$ <sup>(c)</sup>	0 <sup>m</sup> 036
$A_V$ <sup>(c)</sup>	0 <sup>m</sup> 113
$M_{\text{bol}}$ <sup>(c)</sup>	$-8m38 \pm 0m23$
$M_V$ <sup>(c)</sup>	$-8m27 \pm 0m23$
$(m - M)_V$ <sup>(c)</sup>	$9m52 \pm 0m23$
<b>Physikalisch</b>	
$\log L / L_{\odot}$	$5.25 \pm 0.09$
$R / R_{\odot}$	$192 \pm 0$
$M^{\text{spec}} / M_{\odot}$	$17 \pm 4$
Referenzen:	
<sup>(a)</sup>	Johnson et al. (1966) ([18])
<sup>(b)</sup>	aus der ATLAS-Atmosphärenstruktur berechnet
<sup>(c)</sup>	aus den Formeln in Abschnitt 2.1.1

## 4.5 Flussverteilung und Spektrophotometrie

Die Analyse der Flussverteilung und der photometrischen Messungen eines Sterns stellt eine von der Spektralanalyse unabhängige Methode zur Bestimmung der Sternparameter dar. Auch in dieser Arbeit soll die Konsistenz dieser beiden Methoden mit verschiedenen Daten überprüft werden. Zunächst stehen IUE-Daten im UV-Bereich von 1150 bis 1980 Å (Spektrum SWP09133) und von 1850 bis 3290 Å (Spektrum LWR07864) mit niedriger Dispersion und großer Apertur zur Verfügung. Weiterhin wurden die in Abschnitt 4.4 genutzten Johnson-Magnituden (UBV) aus Johnson et al. (1966) verwendet.

Aus Hauck & Mermilliod (1998) stammen die Strömgren-Farben ( $b-y$ ),  $m_1$  und  $c_1$  mit den Werten  $0^m105$ ,  $0^m044$  und  $0^m917$ . Da der Unterschied zwischen dem Strömgren- $y$  und dem Johnson- $V$  nur in der Größenordnung von einem Prozent liegt, wurde  $V = y$  gesetzt, womit sofort der Wert von  $b$  berechnet werden kann. Mittels der Relationen

$$v = m_1 + 2b - y \quad (81)$$

$$u = c_1 + 2v - b \quad (82)$$

können auch diese Strömgren-Helligkeiten bestimmt werden. Für diese Analyse werden die Magnituden  $u$ ,  $b$  und  $v$  ( $y$  entspricht schon dem Johnson- $V$ ) genutzt.

Informationen über den infraroten Spektralbereich wurden schließlich auch aus den  $J_{2\text{MASS}}$ -,  $H_{2\text{MASS}}$ - und  $K_{2\text{MASS}}$ -Magnituden aus dem Two Micron All Sky Survey (Skrutskie et al. 2006) gewonnen.

Die nötige Umrechnung all dieser Magnituden in Flüsse erfolgt mittels der Flüsse bei Nullmagnituden aus Heber et al. (2002), Tabelle 3. Zur erforderlichen Entrötung der gemessenen Flüsse (nach Cardelli et al. 1989) wurde der in Abschnitt 4.4 bestimmte Wert für den Farbexzess herangezogen, für die galaktische Konstante  $A_V/E(B-V)$  ein Wert von 3.1.

Tabelle 6 fasst alle Farbwerte mit den zugehörigen (entröteten) Flüssen und Quellen zusammen.

Nach der Entrötung der gemessenen Flüsse wurden diese mit dem LTE-Fluss aus dem ATLAS9-Code verglichen, wie in Abbildung 23 zu sehen ist. Der ATLAS9-Fluss wurde mit  $T_{\text{eff}}=8525\text{ K}$ ,  $\log(g)=1.10$ , Heliumhäufigkeit  $n(\text{He})=0.11$ , einer Mikroturbulenz von  $\xi=8\text{ km/s}$  berechnet und der hier bestimmten Metallizität  $[M/H]=-0.20$  berechnet.

Die gute Übereinstimmung zwischen dem ATLAS9-Fluss und den verschiedenen Messungen mit den gleichen Parameterwerten wie in der Spektralanalyse bestimmt spricht wiederum für die Qualität der Analyse und der ermittelten Parameter. Wie in der Astronomie üblich wurden die Spektren auf  $V$  normiert, d.h. es wurde darauf geachtet, dass bei der  $V$ -Wellenlänge identische Flüsse vorliegen. Der dazu nötige Offset auf der logarithmischen Skala ergibt sich aus dem Radius und der Entfernung von Deneb. Denn je kleiner der Stern und je größer seine Entfernung, desto geringer der Fluss, den ein Beobachter empfängt (siehe Gleichung 8).

Tabelle 6: Eine Auflistung aller verwendeten Magnituden mit zentraler Wellenlänge  $\lambda_0$  des Filters und zugehörigen Flüssen. Diese wurden mit den Flüssen bei Nullmagnituden (Heber et al. 2002) berechnet. Weiterhin sind die Werte für die entröteten Flüsse und die Quellen der Magnituden angegeben. Sämtliche Flusswerte sind in  $\text{erg/s/cm}^2/\text{\AA}$  angegeben.

Name der Farbe	Magnituden	$\lambda_0$ in $\text{\AA}$	Fluss bei Nullmagnitude	beobachteter Fluss	entröteter Fluss	Quelle
<i>U</i>	1 <sup>m</sup> 11	3600	$4.187 \cdot 10^{-9}$	$1.506 \cdot 10^{-9}$	$1.757 \cdot 10^{-9}$	[18]
<i>B</i>	1 <sup>m</sup> 34	4400	$6.597 \cdot 10^{-9}$	$1.920 \cdot 10^{-9}$	$2.195 \cdot 10^{-9}$	[18]
<i>V</i>	1 <sup>m</sup> 25	5500	$3.607 \cdot 10^{-9}$	$1.141 \cdot 10^{-9}$	$1.263 \cdot 10^{-9}$	[18]
<i>u</i>	2 <sup>m</sup> 57	3500	$1.169 \cdot 10^{-8}$	$1.096 \cdot 10^{-9}$	$1.283 \cdot 10^{-9}$	[15]
<i>v</i>	1 <sup>m</sup> 504	4110	$8.444 \cdot 10^{-9}$	$2.113 \cdot 10^{-9}$	$2.436 \cdot 10^{-9}$	[15]
<i>b</i>	1 <sup>m</sup> 355	4670	$5.826 \cdot 10^{-9}$	$1.673 \cdot 10^{-9}$	$1.897 \cdot 10^{-9}$	[15]
<i>J</i> <sub>2MASS</sub>	1 <sup>m</sup> 139	12510	$2.91 \cdot 10^{-10}$	$1.02 \cdot 10^{-10}$	$1.04 \cdot 10^{-10}$	[29]
<i>H</i> <sub>2MASS</sub>	0 <sup>m</sup> 902	16280	$1.11 \cdot 10^{-10}$	$4.84 \cdot 10^{-11}$	$4.92 \cdot 10^{-11}$	[29]
<i>K</i> <sub>2MASS</sub>	1 <sup>m</sup> 010	22030	$3.83 \cdot 10^{-11}$	$1.51 \cdot 10^{-11}$	$1.53 \cdot 10^{-11}$	[29]

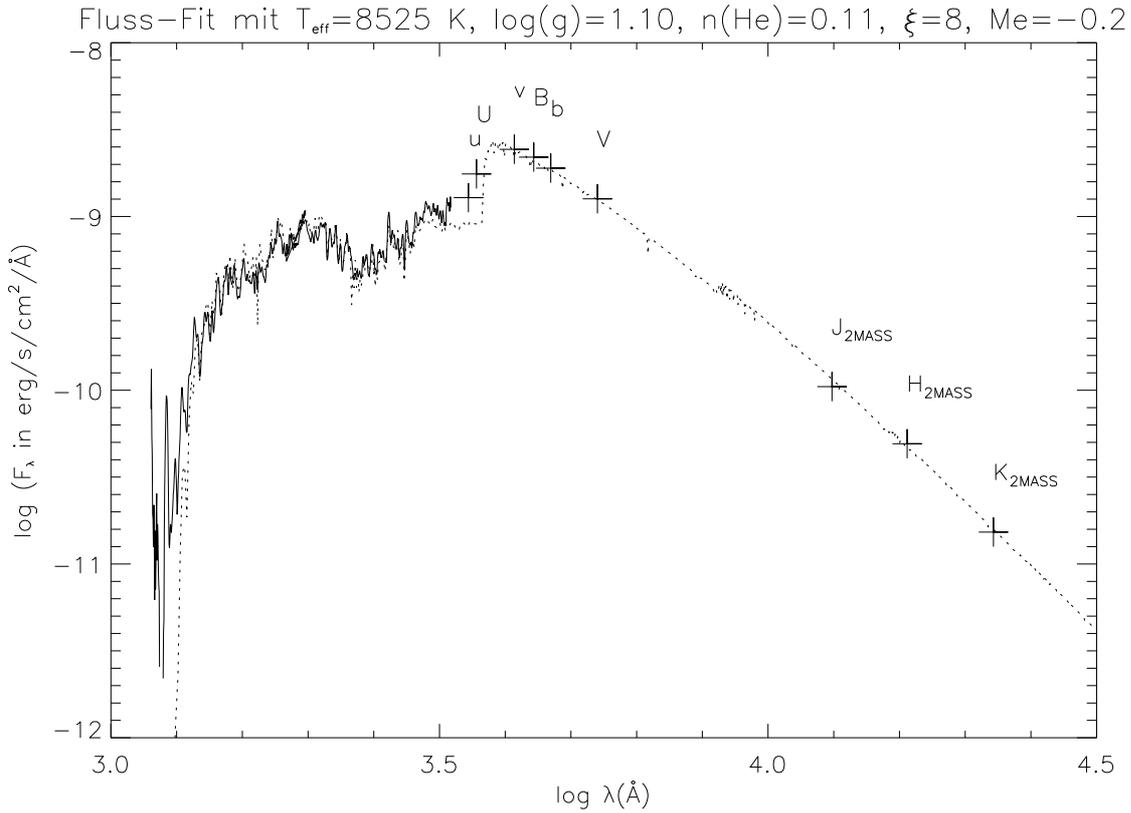


Abbildung 23: Der Vergleich des LTE-ATLAS9-Flusses mit UV-Spektren von IUE und einzelnen Flusspunkten aus Messungen in verschiedenen Helligkeitssystemen: *UBV* (Johnson), *uvb* (Strömgren) und *JHK<sub>2MASS</sub>*. Der Fluss wurde mit den Parametern  $T_{\text{eff}}=8525$  K,  $\log(g)=1.10$ , Heliumhäufigkeit  $n(\text{He})=0.11$ , einer Mikroturbulenz von  $\xi=8$  km/s und der Metallizität  $[M/H]=-0.20$  berechnet. Es wurde eine Normierung auf die theoretische *V*-Magnitudo vorgenommen. Die Übereinstimmung zwischen Modell und Beobachtung ist insgesamt hervorragend, nur kurzweilig vom Balmerprung und um  $\text{Ly}\alpha$  (P-Cygni Profil) finden sich Diskrepanzen. Letztere lassen sich wohl auf den Einfluss des Sternwindes zurückführen und sind somit mit einem hydrostatischen Ansatz nicht reproduzierbar. Man muss hier allerdings etwas Vorsicht walten lassen, da in diesem Bereich auch Emissionen aus der Erdatmosphäre auftreten können.

## 4.6 Denebs Entwicklungsstatus

Nach der ausführlichen Bestimmung verschiedenster Sternparameter sollen diese nun zur Analyse des Evolutionsstatus herangezogen werden. Abbildung 24 zeigt Sternentwicklungspfade im HRD für Sterne mit unterschiedlichen Geburtsmassen und die Position von Deneb.

Sternwinde spielen für massereiche leuchtkräftige Sterne eine wichtige Rolle. Die Sternwinde werden durch den Strahlungsdruck getrieben und bewirken Massenverlusten in der Größenordnung von einigen Sonnenmassen pro 10 Myr

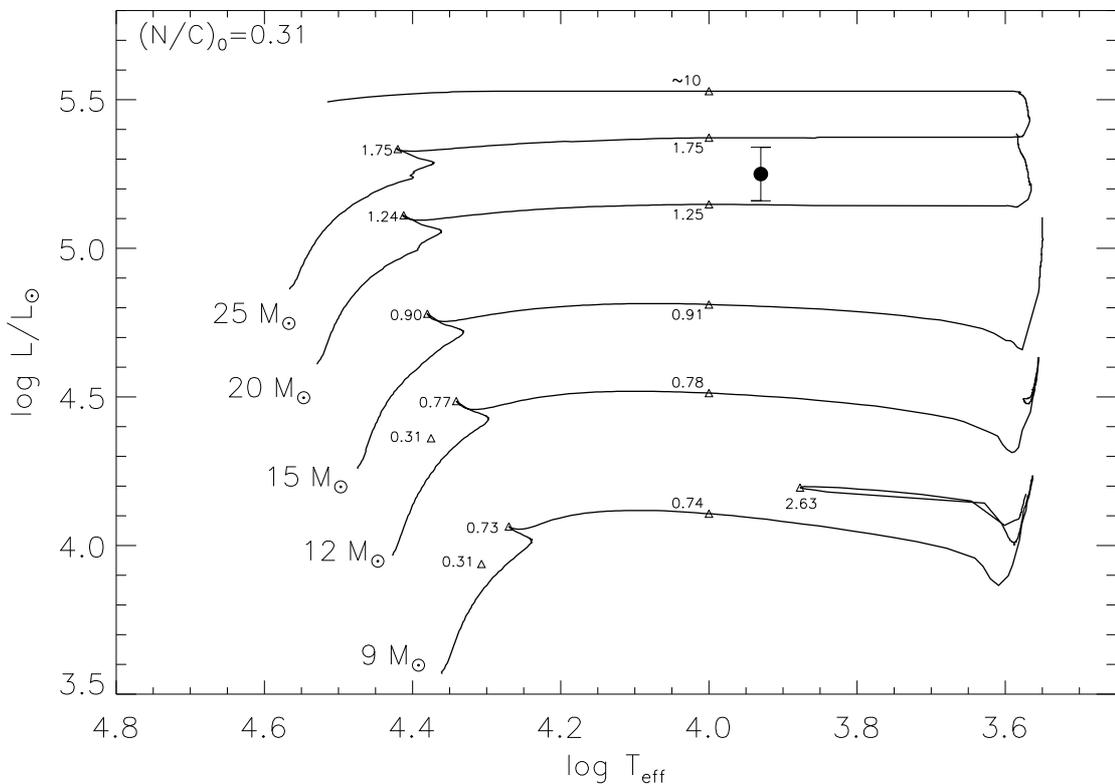


Abbildung 24: Sternentwicklungspfade im HRD für verschiedene Geburtsmassen von Sternen mit anfänglicher Rotationsgeschwindigkeit von  $300 \text{ km s}^{-1}$  und solarer Metallizität  $[M/H]=0.04$  (Massenbruchteil). Der Punkt in diesem HRD-Diagramm gibt Effektivtemperatur und Leuchtkraft (mit Fehler) für Deneb an, wie sie in Abschnitt 4.1 und 4.4 ermittelt wurden. Die kleinen Zahlen entlang der Kurve geben die aktuellen N/C-Werte (Massenverhältnisse) bei  $T_{\text{eff}}=10\,000 \text{ K}$  und der Entwicklung zum roten Überriesen bzw. in blue loops an. Startwert war in allen Fällen 0.31 (solar). Alle Entwicklungswege sind bis zum Ende des zentralen Heliumbrennens gerechnet. Ein  $25 M_{\odot}$ -Stern hat sich bis dahin schon zurück zum Blauen entwickelt (Sternentwicklungswege aus Meynet & Maeder 2003.).

Wie in Abbildung 24 zu sehen, liegt Deneb im HRD zwischen den Pfaden für 20 und 25 Sonnenmassen. Es muss aber noch die Möglichkeit einer Entwicklung wie sie nur für den 25-Sonnenmassen-Pfad dargestellt ist (also von rot nach blau) in Betracht gezogen werden.

Ein wichtiger Indikator für die Diskussion ist das ungewöhnlich hohe N/C-Verhältnis von  $5.21 \pm 1.82$  (Massenverhältnis). Wie Abbildung 24 zeigt, liegen die N/C-Verhältnisse für Sterne, die sich zum roten Überriesen entwickeln und eine Rotationsgeschwindigkeit von  $300 \text{ km s}^{-1}$  haben, bei etwa 1 und damit signifikant unter dem gefundenen Wert von 5.21.

Eine Analyse anhand Abbildung 24 ist schwierig, da hier zur Diskussion die Leuchtkraft herangezogen werden muss. Denn diese wird über den Radius und letztendlich die Entfernung bestimmt und beinhaltet so große Unsicherheiten und statistische Fehler. Etwas einfacher gestaltet sich eine Diskussion der Entwicklung im  $T_{\text{eff}}/\log(g)$ -Diagramm, da hier die Entfernung nicht eingeht und nur die mit hoher Genauigkeit bestimmten Werte für Effektivtemperatur und Schwerebeschleunigung verwendet werden müssen. Abbildung 25 zeigt ein entsprechendes Entwicklungsdiagramm mit einigen anderen BA-Überriesen zum Vergleich.

Wie in Abschnitt 2.4 erläutert sind hohe Stickstoff- und niedrige Kohlenstoffhäufigkeiten das Ergebnis des CNO-Prozesses *im Kern*. Damit sich dieses hohe N/C-Verhältnis in der für den Astronomen sichtbaren Atmosphäre niederschlägt, muss es zur Mischung mit prozessiertem Material aus dem Kern gekommen sein. Hierzu gibt es zwei Möglichkeiten.

Erstens kann Deneb die stark konvektive Phase (dredge-up) als roter Überriese durchlaufen haben. Dies würde bedeuten, dass er sich momentan vom roten zum blauen Überriesen entwickelt. In diesem Fall ergibt sich eine Anfangsmasse von etwa  $15 M_{\odot}$ . Zweitens kann Deneb ein schneller Rotator sein. Die Durchmischung könnte also nur durch Rotation induziert worden sein. Eine dredge-up-Phase als roter Überriese ist hier zur Erklärung des hohen N/C-Verhältnisses nicht mehr nötig. Deneb würde sich also noch vom blauen zum roten Überriesen entwickeln und hätte eine Anfangsmasse von etwa  $24 M_{\odot}$ .

Um zwischen den beiden Möglichkeiten für den Entwicklungszustand zu entscheiden muss als weiterer Parameter die aktuelle Masse des Sterns analysiert werden. Da die vorliegenden Entwicklungsrechnungen aus Meynet & Maeder (2003) nur für eine Rotationsgeschwindigkeit von  $300 \text{ km s}^{-1}$  und für eine andere als die hier verwendete Metallizität durchgeführt wurden, kann die Ableitung der aktuellen Masse von Deneb aus diesen Rechnungen nur einen Schätzwert ergeben.

Für die erste Möglichkeit (dredge-up) mit anfangs etwa  $15 M_{\odot}$  lassen die Entwicklungsrechnungen eine gegenwärtige Masse von etwa  $10 M_{\odot}$  erwarten. Dies steht im Widerspruch zur spektroskopisch bestimmten Masse von  $17 \pm 4 M_{\odot}$ .

Für die zweite Möglichkeit (schneller Rotator) mit anfangs etwa  $24 M_{\odot}$  wurde bei Berücksichtigung der hohen Rotationsgeschwindigkeit ( $v_{\text{rot}} > 300 \text{ km s}^{-1}$ ) vorsichtig eine aktuelle Masse von etwa  $18 M_{\odot}$  geschätzt. Dies ergibt eine gute Übereinstimmung mit

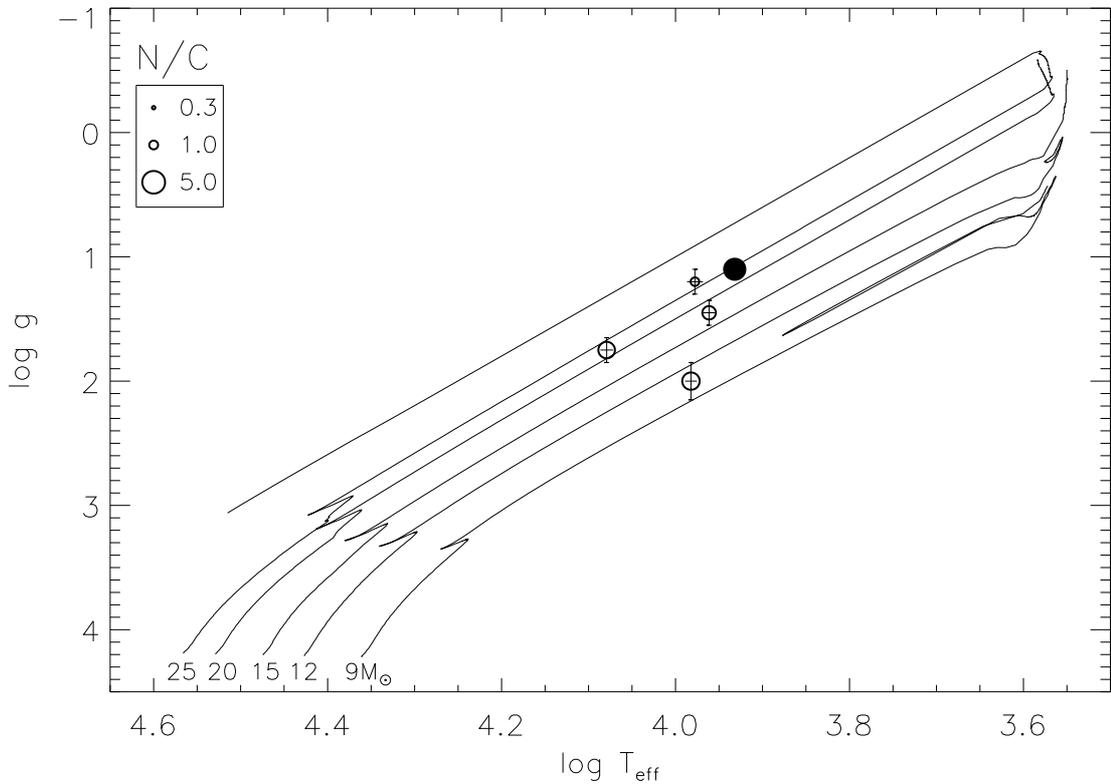


Abbildung 25: Wie Abbildung 24, jedoch in der  $\log(T_{\text{eff}}) - \log(g)$  Ebene. Der ausgefüllte Kreis in diesem Diagramm gibt Effektivtemperatur und Schwerebeschleunigung  $g$  (mit Fehler) für Deneb an, wie sie in Abschnitt 4.1 und 4.4 ermittelt wurden. Zusätzlich zu Deneb sind zum Vergleich vier weitere BA-Überriesen (aus Przybilla et al. 2006) eingezeichnet. Es handelt sich um  $\eta$  Leo ( $9600 \pm 150$  K und  $2.00 \pm 0.15$  dex), HD 111613 ( $9150 \pm 150$  K und  $1.45 \pm 0.10$  dex), HD 92207 ( $9500 \pm 200$  K und  $1.20 \pm 0.10$  dex) und Rigel ( $12000 \pm 200$  K und  $1.75 \pm 0.10$  dex). Für Deneb sind die Fehler kleiner als die Symbolgröße, die das Massenverhältnis von N/C codiert (Beispiele im Kasten oben links; Sternentwicklungswege von Meynet & Maeder 2003.).

dem Resultat der spektroskopischen Massenbestimmung.

Aufgrund dieser Diskussion kann man vermuten, dass Deneb mit etwa 24 Sonnenmassen auf der Hauptreihe startete und sich nun bei etwa 17 Sonnenmassen auf der Entwicklung vom blauen zum roten Überriesen befindet. Damit liegt er in der Phase des Wasserstoff-Schalenbrennens vor der Zündung des zentralen Helium-Brennens.



## 5 Zusammenfassung

Wie in der Einleitung erwähnt stellen BA-Überriesen als visuell hellste Sterne vielseitige und mächtige Werkzeuge in der (extragalaktischen) Astronomie dar. Um diese richtig nutzen zu können ist eine genaue Analyse des Prototypen und Referenzsterns nötig. Ansonsten pflanzen sich die Fehler von Parametern anderer Sterne, die sich auf den Prototyp beziehen, fort.

Im Rahmen dieser Diplomarbeit konnte nun eine quantitative Analyse aller wichtigen Parameter des Prototypen der A-Überriesen, Deneb (A2Ia), mit bisher unerreichter Präzision und Konsistenz durchgeführt werden. Die Analyse gründet auf einer NLTE-Modellierung des mit FOCES am 2.2m-Teleskop auf dem Calar Alto beobachteten Spektrums und nutzt multiple Methoden zur Bestimmung der stellaren Parameter. Die Modellatmosphärenanalyse erlaubt eine präzise Reproduktion des beobachteten Linienspektrums und der Energieverteilung vom UV bis in den (nah-)infraroten Spektralbereich.

Da die Qualität der Atmosphärenparameter in entscheidendem Maß Konsistenz und Güte der übrigen Analyse beeinflusst, wurden diese Größen mit besonderer Sorgfalt bestimmt. Mit dem in Abschnitt 4.1 beschriebenen spektroskopischen Verfahren konnten eine Effektivtemperatur von  $8525 \pm 75$  K, eine Schwerebeschleunigung von  $\log(g)=1.10 \pm 0.05$  dex, eine Heliumhäufigkeit von  $0.11 \pm 0.01$  und eine Mikroturbulenzgeschwindigkeit von  $8 \pm 1$  km/s gefunden werden. Aus Linienprofilfits wurde eine Makroturbulenzgeschwindigkeit und eine projizierte Rotationsgeschwindigkeit von jeweils  $20 \pm 2$  km/s abgeleitet. Diese sehr kleinen Unsicherheiten unterstreichen zusammen mit den geringen statistischen Fehlern bei den Metallhäufigkeiten von meist wenigen Prozent die bisher unerreichte Qualität und Konsistenz dieser Analyse.

Mit diesen Werten für die Atmosphärenparameter war nun eine präzise Analyse der Häufigkeiten für eine Vielzahl von Elementen möglich. Vergleiche von NLTE- und LTE-Rechnungen zeigen hier eine bzgl. systematischer und statistischer Fehler deutliche Überlegenheit der NLTE-Rechnungen. Hier konnten die Unsicherheiten der Häufigkeiten, wie schon erwähnt, in den allermeisten Fällen auf wenige Prozent reduziert werden. Als grundsätzliche Ergebnisse lassen sich eine leicht übersolare Heliumhäufigkeit, eine deutlich um etwa 0.7 dex übersolare Stickstoffhäufigkeit und eine ebenfalls deutlich um 0.5 dex untersolare Kohlenstoffhäufigkeit im NLTE festhalten. Dies ist ein klarer Indikator für die Durchmischung der Atmosphäre mit CNO-prozessiertem Material aus dem Kern des Sternes. Alle anderen NLTE-Häufigkeiten zeigen übereinstimmend um  $\sim 0.20$  dex untersolare Werte.

Unter Zuhilfenahme von photometrischen Daten aus der Literatur, der Zugehörigkeit von Deneb zur Assoziation Cyg OB 7 sowie der flussgewichteten Schwerebeschleunigungs-Leuchtkraftrelation (engl. flux-weighted-gravity-luminosity-relationship, FGLR) konnten die fundamentalen Sternparameter wie Leuchtkraft ( $1.77 \pm 0.37 \cdot 10^5 L_{\odot}$ ), Radius ( $192 \pm 20 R_{\odot}$ ) und (spektroskopische) Masse ( $17 \pm 4 M_{\odot}$ ) sowie eine Entfernung von  $761 \pm 80$  pc ermittelt werden.

Zusammengenommen ermöglichen all diese Informationen eine Diskussion des Entwicklungszustands von Deneb. Das hohe N/C-Verhältnis von  $5.21 \pm 1.82$  (Massenverhältnis) und eine (spektroskopische) Masse von  $17 \pm 4 M_{\odot}$  implizieren für Deneb eine Geburtsmasse von ungefähr  $24 M_{\odot}$ , eine relativ hohe Rotationsgeschwindigkeit im Hauptreihenstadium und eine momentane Entwicklung vom blauen zum roten Überriesen.

Die vorliegende detaillierte und konsistente Analyse des Prototypsterns der A-Überriesen bildet das Fundament für präzise Analysen von weiteren Sternen dieser Klasse. Der Schwerpunkt der Arbeit wird sich allerdings auf extragalaktische Objekte verlagern, z.B. auf BA-Überriesen in den Magellanschen Wolken.

## 6 Danksagung

An dieser Stelle sei allen gedankt, die große und größere Beiträge zur Entstehung dieser Diplomarbeit und zu meiner Tätigkeit in dieser Zeit geleistet haben. Die tolle Atmosphäre an der Remeis-Sternwarte hatte sicherlich auch ihren Anteil am Gelingen dieser Arbeit, weshalb ich mich auch bei ausnahmslos jedem am Institut bedanken *muss*. (Das „muss“ gilt auch deshalb, weil ich im Anschluss an die Diplomarbeit an der Sternwarte promovieren will. Da ist es ungünstig, wenn jemand hier die nächsten Jahre sauer auf mich ist, weil er bei der Danksagung in dieser Arbeit übergangen wurde.)

Prof. Dr. U. Heber möchte ich für die Möglichkeit danken, dass ich dieses interessante Diplomarbeitsthema unter seiner Leitung durchführen konnte. Er stand mir immer mit Rat und Tat zur Seite und war offen für alle Vorschläge. Außerdem hat er sicherlich großen Einfluss auf die angenehme Atmosphäre an der Remeis-Sternwarte.

Dr. Norbert Przybilla war mein unmittelbarer Boss - äh Betreuer mein ich - für diese Arbeit. Beim tieferen Einstieg in die Astrophysik und die Astronomie und bei den ersten Gehversuchen in den Analysemethoden hat er mir tapfer Hilfe geleistet. Er hatte zudem das Glück, im selber Zimmer wie ich zu sitzen, wodurch er mir viel leichter und viel öfter Auskunft über alles Mögliche geben konnte.

Norbert ist auch der Boss - ähmm Betreuer mein ich natürlich wieder - von Markus Firnstein und Fernanda Nieva, beide mittlerweile Doktoranden. Sie werkeln beide auf dem gleichen Gebiet der Astrophysik wie ich und konnten daher auch oft umfangreiche Hilfestellung bei meinen Problemen leisten.

Markus Firnstein, Stephan Geier, Heiko Hirsch, Roland Richter und Alfred Tillich standen mir sowohl fachlich als auch bei einigen Kneipentouren und sonstigen Amusements zur Seite. Dank ihnen habe ich Bamberg sehr gut kennengelernt - zumindest seine gastronomischen Vorzüge. Sie haben für den nötigen Schwung in dieser Zeit gesorgt, auch wenn der in den Tagen nach solchen Ausflügen immer ein wenig reduziert war.

Stefan Nesslinger hat mir neben seiner allgemein guten Laune auch wertvolle Tips zur Sternfotografie gegeben. Frau Prof. Dr. Bues und Herr Prof. Dr. Drechsel haben mich an ihrem reichen Erfahrungsschatz teilhaben lassen und ebenfalls zur besonderen Atmosphäre beigetragen. Herrn Prof. Dr. Drechsel möchte ich zusätzlich für die Übernahme des Zweitgutachtens danken.



## 7 Anhang – Übersicht der untersuchten Linien

Die folgende Tabelle gibt eine Übersicht aller Spektrallinien, die zur Analyse herangezogen wurden. Die ersten Spalten nennen die Wellenlängenposition einer Linie (in Å), die Anregungsenergie des unteren Niveaus (in eV), die verwendete Oszillatorenstärke  $\log gf$ , einen Indikator für die Genauigkeit des  $gf$ -Wertes und die Quelle des  $gf$ -Wertes. Die drittletzte Spalte gibt die Äquivalentbreite der Linie (in mÅ) an, die über direkte Integration über die gemessene Linie ermittelt wurde. In machen Fällen war eine Messung der Äquivalentbreite (z.B. bei Linienblends) nicht möglich. Informationen wurden aber vor allem aus den Linienprofilen gewonnen, sodass auch Linien ohne Äquivalentbreitenmessung zur Analyse herangezogen werden konnten. Bei den entsprechenden Fällen steht ein „S“ anstelle einer Äquivalentbreitenangabe.

Die letzten beiden Spalten geben Auskunft über die aus dieser Linie abgeleitete Häufigkeit des zugehörigen Elements. Für einige Elemente wurden NLTE- und LTE-Berechnungen durchgeführt, für einige waren nur LTE-Berechnungen möglich. Befindet sich in der letzten Spalte kein Eintrag, so handelt es sich in der vorletzten Spalte um die Häufigkeit im LTE, anderenfalls um die Häufigkeit im NLTE. In letzterem Fall gibt die letzte Spalte die Differenz zwischen NLTE- und LTE-Häufigkeit nach  $\Delta \log \varepsilon = \log \varepsilon_{\text{NLTE}} - \log \varepsilon_{\text{LTE}}$  an.

In manchen Fällen tragen zu einer sichtbaren Linie mehrere Feinstruktur-Übergänge bei. Diese einzelnen Übergänge können nicht aufgelöst werden. In der Liste wird dies dadurch angezeigt, dass für diese Übergänge keine Häufigkeitswerte und keine Äquivalentbreite angegeben sind. Diese Übergänge wurden mit dem ersten Übergang darüber, der solche Angaben hat, zusammengefasst.

7 ANHANG – ÜBERSICHT DER UNTERSUCHTEN LINIEN

Tabelle 7: Spektrale Linienanalyse

$\lambda(\text{\AA})$	$\chi(\text{eV})$	$\log gf$	Acc.	Src.	$W_\lambda(\text{m\AA})$	$\log \varepsilon$	$\Delta \log \varepsilon$
He I:							
4026.18	20.96	-2.63	A	WSG	22	11.09	...
4026.19	20.96	-0.63	A	WSG			
4026.20	20.96	-0.85	A	WSG			
4026.36	20.96	-1.32	A	WSG			
4120.81	20.96	-1.74	B	WSG	34	11.12	...
4120.82	20.96	-1.96	B	WSG			
4120.99	20.96	-2.44	B	WSG			
4387.93	21.22	-0.88	A	WSG		S 11.13	...
4471.47	20.96	-0.20	A	WSG		S 11.07	...
4471.49	20.96	-0.42	A	WSG			
4471.68	20.96	-0.90	A	WSG			
4713.14	20.96	-1.23	B	WSG	30	11.10	...
4713.16	20.96	-1.45	B	WSG			
4713.38	20.96	-1.93	B	WSG			
5015.68	20.62	-0.82	AA	WSG		S 11.09	...
5875.60	20.96	-1.52	A	WSG	101	11.06	...
5875.61	20.96	0.48	A	WSG			
5875.63	20.96	-0.34	A	WSG			
5875.64	20.96	0.14	A	WSG			
5875.97	20.96	-0.22	A	WSG			
C I:							
4771.74	7.49	-1.87	C	WFD		S 8.11	0.00
4775.90	7.49	-2.27	C	WFD		S 8.11	0.00
5052.17	7.68	-1.45	B	WFD		S 8.01	0.00
7111.47	8.64	-1.31	B-	WFD		S 8.11	0.00
7113.18	8.65	-0.77	B-	WFD		S 8.01	0.00
7115.17	8.64	-1.16	B-	WFD		S 8.01	0.00
7115.18	8.64	-1.70	B	WFD			
9078.29	7.48	-0.58	B	WFD		S 7.91	-0.20
9088.51	7.48	-0.43	B	WFD	148	7.91	-0.20
9094.83	7.49	0.15	B	WFD		S 7.71	-0.35
9111.81	7.49	-0.30	B	WFD		S 7.71	-0.32
C II:							
4267.00	18.05	0.56	C+	WFD	19	8.01	-0.05
4267.26	18.05	0.74	C+	WFD			
6578.05	14.45	-0.03	B	WFD	S(13)	8.01	0.00
6582.88	14.45	-0.33	B	WFD		S 8.11	0.00

Tabelle 7 (fortgesetzt)

$\lambda$ (Å)	$\chi$ (eV)	$\log gf$	Acc.	Src.	$W_\lambda$ (mÅ)	$\log \varepsilon$	$\Delta \log \varepsilon$
N I:							
6008.47	11.60	-1.11	C+	WFD	12	8.63	-0.18
7423.64	10.33	-0.71	B+	WFD	145	8.63	-0.53
7442.30	10.33	-0.38	B+	WFD	225	8.60	-0.71
7468.31	10.34	-0.19	B+	WFD	306	8.64	-0.79
7898.98	12.36	0.02	C	WFD	S	8.55	-0.16
7899.28	12.36	-0.91	C	WFD			
8567.74	10.68	-0.66	B	WFD	S(148)	8.59	-0.45
8680.28	10.34	0.35	B+	WFD	S(567)	8.62	-0.89
8683.40	10.33	0.09	B+	WFD	S(469)	8.62	-0.69
8686.15	10.33	-0.31	B+	WFD	S(347)	8.62	-0.79
8703.25	10.33	-0.32	B+	WFD	305	8.58	-0.63
8711.70	10.33	-0.23	B+	WFD	346	8.60	-0.71
8718.84	10.34	-0.34	B+	WFD	260	8.58	-0.63
8728.90	10.33	-1.07	B+	WFD	S(93)	8.62	-0.39
9049.49	12.36	-0.86	B	WFD	S	8.60	-0.31
9049.89	12.36	0.28	B	WFD			
N II:							
3955.85	18.47	-0.81	B	WFD	S	8.61	-0.50
3995.00	18.50	0.21	B	WFD	10	8.61	-0.40
4447.03	20.41	0.23	B	WFD	S	8.61	-0.40
O I:							
3947.29	9.15	-2.10	B	WFD	33	8.61	-0.12
3947.48	9.15	-2.24	B	WFD			
3947.59	9.15	-2.47	B	WFD			
4654.12	10.74	-2.16	C+	WFD	S	8.61	-0.10
4654.56	10.74	-1.93	C+	WFD			
4772.45	10.74	-1.92	C+	WFD	S	8.61	-0.10
4772.91	10.74	-1.70	C+	WFD			
4773.75	10.74	-1.55	C+	WFD	S	8.61	-0.10
4967.38	10.74	-1.63	C+	WFD	15	8.61	-0.10
4967.88	10.74	-1.41	C+	WFD			
4968.79	10.74	-1.26	C+	WFD	18	8.61	-0.10
5329.10	10.74	-1.24	C+	WFD	40	8.63	-0.18
5329.68	10.74	-1.02	C+	WFD			
5330.73	10.74	-0.87	C+	WFD	33	8.66	-0.20
5435.18	10.74	-1.78	C+	WFD	10	8.61	-0.20
5435.77	10.74	-1.54	C+	WFD			
5436.86	10.74	-1.39	C+	WFD	9	8.61	-0.20

7 ANHANG – ÜBERSICHT DER UNTERSUCHTEN LINIEN

Tabelle 7 (fortgesetzt)

$\lambda$ (Å)	$\chi$ (eV)	$\log gf$	Acc.	Src.	$W_\lambda$ (mÅ)	$\log \varepsilon$	$\Delta \log \varepsilon$
O I:							
6046.23	10.99	-1.76	C+	WFD	S	8.61	-0.20
6046.44	10.99	-1.54	C+	WFD			
6046.49	10.99	-2.24	C+	WFD			
6155.96	10.74	-1.36	B+	WFD	S	8.63	-0.18
6155.97	10.74	-1.01	B+	WFD			
6155.99	10.74	-1.12	B+	WFD			
6156.74	10.74	-1.49	B+	WFD			
6156.76	10.74	-0.90	B+	WFD			
6156.78	10.74	-0.69	B+	WFD			
6158.15	10.74	-1.84	B+	WFD	94	8.64	-0.11
6158.17	10.74	-1.00	B+	WFD			
6158.19	10.74	-0.41	B+	WFD			
6453.60	10.74	-1.29	C+	WFD	S	8.61	-0.35
6454.44	10.74	-1.07	C+	WFD			
7001.90	10.99	-1.49	B	WFD	S	8.61	-0.25
7001.92	10.99	-1.01	B	WFD			
7002.17	10.99	-2.66	B	WFD			
7002.20	10.99	-1.49	B	WFD			
7002.23	10.99	-0.74	B	WFD			
7002.25	10.99	-1.36	B	WFD			
7254.15	10.99	-1.27	C+	WFD	S	8.66	-0.17
7254.45	10.99	-1.05	C+	WFD			
7254.53	10.99	-1.74	C+	WFD			
7771.94	9.15	0.37	A	WFD	S	8.66	-1.09
7774.17	9.15	0.22	A	WFD	S	8.56	-1.14
7775.39	9.15	0.00	A	WFD			
8446.25	9.52	-0.46	B	WFD	S	8.51	-1.15
8446.36	9.52	0.24	B	WFD			
8446.76	9.52	0.01	B	WFD			
9260.81	10.74	-0.24	A	WFD	S	8.61	-0.60
9260.85	10.74	0.11	A	WFD			
9260.94	10.74	0.00	A	WFD			
9262.58	10.74	-0.37	A	WFD	S	8.56	-0.65
9262.67	10.74	0.22	A	WFD			
9262.78	10.74	0.43	A	WFD			
Ne I:							
5852.49	16.85	-0.49	B	S	5	8.10	...
6096.16	16.67	-0.31	B	S	S	8.10	...
6143.06	16.62	-0.10	B	S	7	8.15	...
6266.50	16.72	-0.37	B	S	5	8.15	...

7 ANHANG – ÜBERSICHT DER UNTERSUCHTEN LINIEN

Tabelle 7 (fortgesetzt)

$\lambda(\text{\AA})$	$\chi(\text{eV})$	$\log gf$	Acc.	Src.	$W_\lambda(\text{m\AA})$	$\log \varepsilon$	$\Delta \log \varepsilon$
Ne I:							
6334.43	16.62	-0.32	B	S	S	8.20	...
6383.00	16.67	-0.23	B	S	S	8.20	...
6402.20	16.62	0.33	B	S	15	8.20	...
6598.95	16.85	-0.36	B	S	S	8.20	...
Na I:							
4982.81	2.10	-0.91	D	WSM	S	7.10	...
5682.63	2.10	-0.70	C	WSM	S	7.00	...
5688.20	2.10	-0.41	C	WSM	14	6.95	...
5889.95	0.00	0.11	A	WSM	S	7.05	...
5895.92	0.00	-0.19	A	WSM	S	7.00	...
8194.79	0.00	-0.44	D	WSM	60	6.90	...
8194.82	0.00	0.51	C	WSM			
Mg I:							
4702.99	4.35	-0.42	C+	BMZ	23	7.49	-0.02
5172.68	2.71	-0.38	B	WSM	128	7.39	+0.13
5183.60	2.72	-0.16	B	WSM	150	7.35	+0.14
8806.76	4.35	-0.16	C+	BMZ	45	7.34	+0.03
Mg II:							
4390.51	10.00	-1.71	D	WSM	122	7.49	-0.09
4390.57	10.00	-0.53	D	WSM			
4427.99	10.00	-1.20	C+	WSM	27	7.40	-0.08
4433.99	10.00	-0.90	C+	WSM	49	7.40	0.00
6545.97	11.63	0.41	C	CA	S(75)	7.42	0.00
7877.05	10.00	0.39	C+	WSM	S	7.35	-0.18
7896.04	10.00	-0.30	C+	WSM	289	7.30	-0.25
7896.37	10.00	0.65	C+	WSM			
Al I:							
3944.01	0.00	-0.64	C+	WSM	64	6.00	...
3961.52	0.01	-0.34	C+	WSM	80	6.00	...
Al II:							
4663.05	10.60	-0.29	C	WSM	S	6.20	...
5593.30	13.26	0.41	D	WSM	S	6.00	...
Si II:							
4128.07	9.84	0.31	C	WSM	S	7.70	...
4130.89	9.84	0.49	C	WSM	264	7.65	...
4621.42	12.53	-0.54	D	WSM	18	7.50	...
4621.70	12.53	-1.68	D	WSM			
4621.72	12.53	-0.39	D	WSM			

Tabelle 7 (fortgesetzt)

$\lambda$ (Å)	$\chi$ (eV)	$\log gf$	Acc.	Src.	$W_\lambda$ (mÅ)	$\log \varepsilon$	$\Delta \log \varepsilon$
Si II:							
5041.02	10.07	0.17	X	MEL	201	7.70	...
5688.81	14.16	0.16	X	MEL	S	7.60	...
5957.56	10.07	-0.35	D	WSM	S	7.65	...
5978.93	10.07	-0.06	D	WSM	143	7.70	...
S II:							
4142.26	15.85	0.24	D-	WSM	S	7.01	-0.20
4153.07	15.90	0.62	D-	WSM	12	7.01	-0.20
4162.67	15.94	0.78	D-	WSM	14	6.96	-0.15
4716.27	13.62	-0.41	D	WSM	8	6.94	-0.12
4815.55	13.67	0.09	D	WSM	16	7.01	-0.10
4917.20	14.00	-0.32	D	WSM	6	7.01	-0.10
5009.57	13.62	-0.28	D	WSM	S	7.01	-0.05
5320.72	15.07	0.50	D	WSM	8	7.01	-0.20
5428.66	13.58	-0.13	D	WSM	S	7.01	-0.10
5453.86	13.67	0.48	D	WSM	33	7.01	-0.30
5564.96	13.67	-0.32	D	WSM	S	7.01	-0.20
5660.00	13.68	-0.05	D	WSM	S	7.01	-0.30
Ca II:							
4799.97	8.44	-0.42	C	SA	S	6.00	...
8248.80	7.51	0.57	C-	WSM	50	5.65	...
8912.07	7.05	0.57	X	KB	103	5.70	...
8927.36	7.05	0.75	X	KB	162	5.90	...
Sc II:							
4246.82	0.32	0.28	D	KB	143	2.30	...
4374.46	-0.44	-0.64	D	KB	S	2.45	...
Ti II:							
3900.56	1.13	-0.45	D	MFW	329	4.79	+0.08
3913.48	1.12	-0.53	D	MFW	301	4.78	+0.17
3987.60	0.61	-2.73	D	MFW	20	4.78	+0.12
4012.39	1.13	-0.45	D	MFW	S	4.76	+0.15
4025.13	1.13	-0.45	D	MFW	S	4.76	+0.25
4028.36	1.89	-1.00	D	MFW	114	4.89	+0.15
4064.29	1.13	-0.45	D	MFW	S	4.79	+0.08

7 ANHANG – ÜBERSICHT DER UNTERSUCHTEN LINIEN

Tabelle 7 (fortgesetzt)

$\lambda(\text{\AA})$	$\chi(\text{eV})$	$\log gf$	Acc.	Src.	$W_\lambda(\text{m\AA})$	$\log \varepsilon$	$\Delta \log \varepsilon$
Ti II:							
4287.88	1.08	-2.02	D-	MFW	69	4.96	+0.10
4290.22	1.16	-1.12	D-	MFW	203	4.86	+0.21
4290.35	2.06	-1.53	X	KB			
4300.06	1.18	-0.77	D-	MFW	278	4.91	+0.15
4301.92	1.16	-1.16	D-	MFW	164	4.81	+0.25
4312.87	1.18	-1.16	D-	MFW	154	4.81	+0.24
4314.97	1.16	-1.13	D-	MFW	S	4.81	+0.24
4316.80	2.05	-1.42	D	MFW	65	4.81	+0.15
4330.24	2.04	-1.51	D	MFW	S(63)	4.83	+0.19
4330.72	1.18	-2.04	D-	MFW			
4350.83	2.05	-1.40	D	MFW	S	4.81	+0.20
4367.66	2.59	-0.72	X	KB	S	4.81	+0.25
4394.02	1.22	-1.59	D-	MFW	52	4.75	+0.24
4395.00	1.08	-0.66	D-	MFW	313	4.74	+0.22
4399.79	1.24	-1.27	D-	MFW	139	4.88	+0.28
4407.68	1.22	-2.47	D-	MFW	15	4.82	+0.16
4421.90	2.05	-1.39	X	KB	27	4.73	+0.22
4443.78	1.08	-0.70	D-	MFW	237	4.62	+0.23
4450.50	1.08	-1.45	D-	MFW	98	4.75	+0.23
4468.52	1.13	-0.60	D-	MFW	251	4.60	+0.29
4470.86	1.16	-2.28	D-	MFW	S	4.68	+0.17
4501.27	1.11	-0.75	D-	MFW	217	4.61	+0.26
4533.97	1.24	-0.77	D-	MFW	327	4.81	+0.10
4563.77	1.22	-0.96	D-	MFW	224	4.83	+0.19
4568.31	1.22	-2.65	D	MFW	9	4.83	+0.19
4571.96	1.57	-0.53	D-	MFW	264	4.81	+0.15
4708.67	1.24	-2.21	D	MFW	18	4.78	+0.27
4762.29	1.08	-2.71	X	KB	S	4.86	+0.15
4763.81	1.22	-2.45	X	KB	S	4.86	+0.15
4798.53	1.08	-2.43	X	KB	S	4.78	+0.27
4874.01	3.09	-0.79	D	MFW	41	4.83	+0.17
4911.19	3.12	-0.34	D	MFW	56	4.66	+0.18
5069.09	3.12	-1.39	D	MFW	10	4.79	+0.18
5072.28	3.12	-0.75	D	MFW	32	4.73	+0.17
5129.15	1.89	-1.39	D	MFW	47	4.89	+0.18
5185.91	1.89	-1.61	D	MFW	81	4.84	+0.23
5188.68	1.58	-1.21	D	MFW	100	4.83	+0.27
5226.54	1.57	-1.30	D	MFW	S	4.88	+0.24
5336.77	1.58	-1.70	D	MFW	S	4.88	+0.17
5381.02	1.57	-2.08	D	MFW	20	4.88	+0.17

7 ANHANG – ÜBERSICHT DER UNTERSUCHTEN LINIEN

---

Tabelle 7 (fortgesetzt)

$\lambda$ (Å)	$\chi$ (eV)	$\log gf$	Acc.	Src.	$W_\lambda$ (mÅ)	$\log \varepsilon$	$\Delta \log \varepsilon$
V II:							
3916.42	1.43	-1.06	B	MFW	S	3.60	...
3951.97	1.48	-0.74	B	MFW	67	3.50	...
4005.71	1.82	-0.46	D	MFW	S	3.55	...
4023.39	1.80	-0.52	X	KB	60	3.55	...
4035.63	1.79	-0.62	X	KB	53	3.55	...
4036.78	1.47	-1.54	D	MFW	15	3.55	...
4065.07	3.78	-0.24	X	KB	10	3.60	...
4183.44	2.05	-0.95	X	KB	S	3.55	...
Cr I:							
4269.96	3.09	-1.02	D	MFW	52	5.70	...
4274.80	0.00	-0.23	B	MFW	S	5.70	...
4539.76	2.54	-1.15	B	MFW	25	5.75	...
4836.87	3.10	-1.13	B	MFW	68	5.55	...
4836.94	3.09	-1.13	B	MFW			
5204.51	0.94	-0.20	B	MFW	S	5.65	...
5206.04	0.94	0.02	B	MFW	S	5.60	...
5208.41	0.94	0.16	B	MFW	12	5.70	...
Cr II:							
3865.60	3.30	-0.78	X	KB	S	5.70	...
3979.51	5.65	-0.73	X	KB	S(73)	5.60	...
4003.28	6.46	-0.60	X	KB	S	5.65	...
4037.97	6.49	-0.56	X	KB	41	5.60	...
4054.08	3.11	-2.47	X	KB	S	5.65	...
4072.56	3.70	-2.41	X	KB	28	5.60	...
4086.13	3.71	-2.42	X	KB	24	5.50	...
4132.11	11.47	-2.19	X	KB	S	5.65	...
4132.42	3.74	-2.35	X	KB			
4145.78	5.30	-1.16	X	KB	77	5.70	...
4207.34	3.81	-2.48	X	KB	19	5.50	...
4242.36	3.87	-1.33	X	KB	192	5.70	...
4252.63	3.84	-2.02	X	KB	S	5.72	...
4261.91	3.87	-1.53	X	KB	148	5.65	...
4269.28	3.85	-2.17	X	KB	52	5.67	...
4275.57	3.86	-1.71	X	KB	104	5.70	...
4284.19	3.86	-1.86	X	KB	95	5.70	...
4362.92	5.64	-1.89	X	KB	S	5.70	...

Tabelle 7 (fortgesetzt)

$\lambda$ (Å)	$\chi$ (eV)	$\log gf$	Acc.	Src.	$W_\lambda$ (mÅ)	$\log \varepsilon$	$\Delta \log \varepsilon$
Cr II:							
4555.01	4.07	-1.38	D	MFW	S	5.68	...
4565.74	4.04	-2.11	D	MFW	53	5.75	...
4588.22	4.07	-0.63	D	MFW	286	5.60	...
4592.07	4.07	-1.22	D	MFW	141	5.50	...
4616.64	4.07	-1.29	D	MFW	S	5.50	...
4618.82	4.07	-1.11	D	MFW	222	5.75	...
4634.10	4.07	-1.24	D	MFW	184	5.75	...
4812.34	3.86	-1.99	X	KB	61	5.60	...
4824.12	3.87	-0.96	X	KB	244	5.60	...
4848.24	3.86	-1.14	X	KB	225	5.60	...
4864.33	3.84	-1.37	X	KB	108.1	5.60	...
4876.41	3.86	-1.46	D	MFW	178	5.60	...
4884.58	3.86	-2.08	D	MFW	53	5.60	...
4901.62	6.49	-0.83	X	KB	25	5.60	...
5237.33	4.06	-1.16	D	MFW	195	5.55	...
5246.76	3.71	-2.45	D	MFW	23	5.60	...
5310.69	4.07	-2.28	D	MFW	25	5.60	...
5313.61	4.07	-1.65	D	MFW	101	5.62	...
5334.87	4.05	-1.56	X	KB	81	5.50	...
5420.91	3.76	-2.36	D	MFW	26	5.50	...
5478.37	4.16	-1.91	X	KB	63	5.65	...
5502.07	4.17	-1.99	D	MFW	S	5.60	...
5508.63	4.16	-2.11	D	MFW	39	5.60	...
5620.63	6.46	-1.14	X	KB	12	5.60	...
6053.47	4.74	-2.16	D	MFW	16	5.60	...
Mn I							
4030.75	0.00	-0.47	C+	MFW	S	5.44	...
4034.48	0.00	-0.81	C+	MFW	S	5.40	...
Mn II							
4206.37	5.40	-1.57	X	KB	17	5.45	...
4259.20	5.40	-1.59	X	KB	11	5.39	...
4326.16	5.40	-1.25	X	KB	30	5.40	...
4365.22	6.57	-1.35	X	KB	S	5.40	...
4478.64	6.65	-0.95	X	KB	12	5.40	...
4755.73	5.40	-1.24	X	KB	29	5.40	...
4784.63	6.57	-1.51	X	KB	5	5.40	...
4806.82	5.42	-1.56	X	KB	10	5.30	...

7 ANHANG – ÜBERSICHT DER UNTERSUCHTEN LINIEN

---

Tabelle 7 (fortgesetzt)

$\lambda$ (Å)	$\chi$ (eV)	$\log gf$	Acc.	Src.	$W_\lambda$ (mÅ)	$\log \varepsilon$	$\Delta \log \varepsilon$
Mn II							
5297.00	9.86	-0.21	X	KB	7	5.40	...
5297.03	9.86	0.43	X	KB			
5297.06	9.86	0.62	X	KB			
5299.30	9.86	-0.42	X	KB	S	5.42	...
5299.33	9.86	0.40	x	KB			
5299.39	9.86	0.83	X	KB			
5302.40	9.87	0.23	X	KB	S	5.40	...
5302.43	9.87	1.00	X	KB			
5559.05	6.19	-1.32	X	KB	S	5.40	...
5570.54	6.18	-1.44	X	KB	S	5.42	...
Fe I:							
3872.50	0.99	-0.92	B+	FMW	137	7.11	...
3872.92	2.72	-1.75	C	FMW			
3895.66	0.11	-1.67	B+	FMW	S	7.16	...
3899.71	0.09	-1.53	B+	FMW	S	7.21	...
3918.42	2.79	-1.01	X	KB	S	7.16	...
3922.91	0.05	-1.65	B+	FMW	30	7.16	...
3927.92	0.11	-1.59	C	FMW	37	7.23	...
3930.30	0.09	-1.59	C	FMW	S	7.23	...
3945.12	2.76	-1.49	C	FMW	S	7.26	...
3981.77	2.73	-1.08	C	FMW	S	7.21	...
4045.81	1.48	0.28	B+	FMW	132	7.16	...
4063.59	1.56	0.07	C+	FMW	94	7.13	...
4143.42	3.00	-0.47	X	KB	68	7.19	...
4143.87	1.56	-0.45	C+	FMW			
4147.34	3.32	-1.90	X	KB	11	7.21	...
4147.49	3.32	-2.47	B+	FMW			
4147.67	1.48	-2.10	B+	FMW			
4154.50	2.79	-0.48	X	KB	S	7.21	...
4154.81	3.33	-0.37	C+	FMW			
4156.80	2.79	-0.62	C+	FMW	S	7.26	...
4173.32	2.85	-1.79	C	FMW	363	7.16	...
4181.75	2.83	-0.18	D-	FMW	15	7.16	...
4219.36	3.57	0.12	C+	FMW	8	7.21	...
4250.79	1.56	-0.71	D-	FMW	S	7.26	...
4271.15	2.45	-0.35	B+	FMW	96	7.21	...
4271.76	1.48	-0.16	B+	FMW			
4278.23	3.37	-1.74	C	FMW	75	7.31	...

Tabelle 7 (fortgesetzt)

$\lambda$ (Å)	$\chi$ (eV)	$\log gf$	Acc.	Src.	$W_\lambda$ (mÅ)	$\log \varepsilon$	$\Delta \log \varepsilon$
Fe I:							
4325.76	1.61	-0.01	C+	FMW	132	7.21	...
4383.54	1.48	0.20	B+	FMW	S	7.31	...
4404.75	1.56	-0.14	B+	FMW	63	7.19	...
4466.55	2.83	-0.59	C+	FMW	S	7.31	...
4476.02	2.79	-0.73	X	KB	S	7.26	...
4476.08	3.59	-0.37	X	KB			
4871.32	2.87	-0.41	C+	FMW	S(39)	7.21	...
4918.95	4.10	-0.67	X	KB	11	7.23	...
4918.99	2.87	-0.37	C+	FMW			
Fe II:							
3894.63	7.49	-1.83	X	KB	S	7.21	0.03
3898.60	7.49	-1.64	X	KB	69	7.21	$\pm 0.00$
3913.85	9.78	-1.81	X	KB	S	7.31	0.02
3914.05	9.78	-2.87	X	KB			
3918.25	5.89	-3.00	X	KB	S	7.26	0.03
3918.53	5.89	-2.10	X	KB			
3918.78	9.78	-2.30	X	KB			
3938.29	1.67	-3.89	D	FMW	S	7.23	-0.03
3964.58	2.60	-3.93	X	KB	54	7.20	+0.07
4002.08	2.60	-3.47	X	KB	S	7.16	0.05
4031.44	4.73	-3.12	X	KB	S	7.21	+0.02
4034.24	4.68	-3.71	X	KB	S	7.26	+0.03
4051.21	5.52	-2.99	X	KB	S	7.26	$\pm 0.00$
4122.64	2.58	-3.38	D	FMW	176	7.36	$\pm 0.00$
4128.75	2.58	-3.47	D	FMW	S	7.26	$\pm 0.00$
4173.46	2.58	-2.18	C	FMW	328	7.16	+0.05
4273.32	2.70	-3.34	D	FMW	152	7.26	$\pm 0.00$
4296.57	2.70	-3.01	D	FMW	228	7.21	-0.05
4303.17	2.70	-2.49	C	FMW	284	7.25	-0.01
4385.39	2.78	-2.57	D	FMW	S	7.25	$\pm 0.00$
4472.62	7.65	-2.34	X	KB	102	7.24	+0.01
4489.19	2.83	-2.23	D	FMW	186	7.31	$\pm 0.00$
4491.40	2.86	-2.70	C	FMW	233	7.26	-0.02
4508.28	2.86	-2.31	D	KB	346	7.24	-0.02
4515.34	2.84	-2.48	D	FMW	276	7.26	-0.03
4520.23	2.81	-2.60	D	FMW	314	7.31	-0.05
4541.52	2.86	-3.05	D	FMW	172	7.31	-0.05

7 ANHANG – ÜBERSICHT DER UNTERSUCHTEN LINIEN

---

Tabelle 7 (fortgesetzt)

$\lambda$ (Å)	$\chi$ (eV)	$\log gf$	Acc.	Src.	$W_\lambda$ (mÅ)	$\log \varepsilon$	$\Delta \log \varepsilon$
Fe II:							
4576.33	2.84	-3.04	D	FMW	212	7.31	-0.05
4580.06	2.58	-3.73	X	KB	S	7.26	-0.05
4620.51	2.83	-3.28	D	FMW	142	7.23	-0.08
4656.97	2.89	-3.63	E	FMW	73	7.23	-0.08
4993.35	2.81	-3.65	E	FMW	S	7.21	-0.05
5074.05	6.75	-1.97	X	KB	30	7.26	-0.05
5197.48	5.89	-2.72	X	KB	317	7.21	-0.05
5197.58	3.23	-2.79	C	FMW			
5254.93	3.14	-3.23	X	KB	109	7.26	-0.05
5276.00	3.20	-1.94	C	FMW	385	7.21	-0.10
5427.83	6.72	-1.66	X	KB	25	7.21	-0.02
6149.26	3.89	-2.72	X	KB	126	7.31	-0.05
6238.39	3.89	-2.63	X	KB	135	7.31	-0.08
6516.08	2.89	-3.45	D	FMW	S	7.26	-0.03
7711.72	3.09	-2.74	D	FMW	S	7.21	-0.08
Fe III:							
4419.60	8.24	-2.22	X	KB	10	7.28	...
Ni I:							
4437.00	3.22	-1.42	X	KB	7	6.20	...
4437.57	3.68	-1.80	D-	FMW			
Ni II:							
4015.47	4.03	-2.42	X	KB	76	6.20	...
4067.03	4.03	-1.84	X	KB	163	6.12	...
4187.85	4.03	-2.68	X	KB	57	6.23	...
4192.07	4.03	-3.06	X	KB	26	6.20	...
4244.78	4.03	-3.11	X	KB	22	6.20	...
4362.10	4.03	-2.72	X	KB	44	6.20	...
4679.16	6.84	-1.75	X	KB	14	6.25	...
5065.98	12.29	0.01	X	KB	10	6.15	...
5066.06	14.33	-0.83	X	KB			
5830.13	6.40	-2.35	X	KB	7	6.20	...
5830.76	14.65	-1.05	X	KB			
Sr II:							
4077.71	0.00	0.15	X	FW	104	2.00	...
4215.52	0.00	-0.17	X	FW	77	2.05	...

---

Tabelle 7 (fortgesetzt)

$\lambda$ (Å)	$\chi$ (eV)	$\log gf$	Acc.	Src.	$W_\lambda$ (mÅ)	$\log \varepsilon$	$\Delta \log \varepsilon$
Ba II:							
4554.03	0.00	0.14	X	D	S	2.00	...
4934.09	0.00	-0.16	X	D	10	1.95	...
6141.72	0.70	-0.03	X	D	7	2.05	...

Genauigkeitsangaben für  $\log gf$ -Werte – Unsicherheiten innerhalb: AA: 1%; A: 3%; B: 10%; C: 25%; D: 50%; E: größer als 50%; X: unbekannt

Quellen der  $gf$ -Werte – BMZ: Butler et al. (1993); CA: Coulomb-Näherung (Bates & Damgaard 1949); D: Davidson et al. (1992); F: Fernley et al. (verfügbar über TOPBASE); FMW: Fuhr et al. (1988); KB: Kurucz & Bell (1995); MFW: Martin et al. (1988); SA: Saraph, H.E., & Storey, P.S., wird veröffentlicht (verfügbar über TOPBASE); S: Sigut (1999); T: Taylor (verfügbar über TOPBASE); WFD: Wiese et al. (1996); WSG: Wiese et al. (1966)\*; WSM: Wiese et al. (1969)\*; wenn verfügbar<sup>(\*)</sup> werden verbesserte  $gf$ -Werte von Fuhr & Wiese (1998) bevorzugt



## Literatur

- [1] Albayrak, B. 2000, *A spectral analysis of Deneb (A2 Iae)*, A&A, 364, 237
- [2] Alekseeva, G.A., Arkharov, A.A., Galkin, V.D. et al. 1996, *The Pulkovo Spectrophotometric Catalog of Bright Stars in the Range from 320 to 1080 nm*, Baltic Astronomy, 5, 603-838
- [3] Aufdenberg, J.P., Hauschildt, P.H., Baron, E. et al. 2002, *The Spectral Energy Distribution and Mass-Loss Rate of the A-type Supergiant Deneb*, ApJ, 570, 344
- [4] Bates, D., & Damgaard, A. 1949, Phil. Trans. R. Soc. London, Ser. A, 242, 101
- [5] Bresolin, F., Kudritzki, R.-P., Mendez, R.H. & Przybilla, N. 2001, *Stellar Spectroscopy Far Beyond the Local Group*, ApJ, 548, L159
- [6] Butler, K., & Giggings, J.R. 1985, in Newsletter on Analysis of Astronomical Spectra, No. 9 (London, Univ. London)
- [7] Butler, K., Mendoza, C., & Zeippen, C.J. 1993, J. Phys. B. 26, 4409
- [8] Cardelli, J.A., Clayton, G.C. & Mathis, J.S. 1989, *The relationship between infrared, optical, and ultraviolet extinction*, ApJ, 345, 245
- [9] Davidson, M.D., Snoek, L.C., Volten, H., & Dönszelmann, A. 1992, A&A, 255, 457
- [10] Fuhr, J.R., Martin, G.A., & Wiese, W.L. 1988, J. Phys. & Chem. Ref. Data, Vol. 17, Suppl. 4
- [11] Fuhr, J.r., & Wiese, W.L., 1998, in CRC Handbook of Chemistry and Physics, 79th ed., eed. D.R. Lide (Boca Raton: CRC Press)
- [12] Giddings, J.R., 1981, Ph.D. thesis, Univ. London
- [13] Grevesse N., & Sauval, A.J. 1998, *Standard Solar Composition*, Space Sci. Rev., 85, 161
- [14] Haken, H. & Wolf, C. 1990, *Atom- und Quantenphysik*, Berlin Heidelberg, Springer-Verlag.
- [15] Hauck, B., & Mermilliod, M. 1998, *ubvy $\beta$  photoelectric photometric catalogue*, A&AS, 129, 431
- [16] Heber, U., Moehler, S., Napiwotzki, R. Thejll, R., & Green, E.M. 2002, *Resolving subdwarf B stars in binaries by HST imaging*, A&A, 383, 938
- [17] Humphreys, R.M. 1978, *Studies of luminous stars in nearby galaxies. I. Supergiants and O stars in the Milky Way*, ApJS, 38, 309

## LITERATUR

---

- [18] Johnson, H. L., Mitchell, R. I., Iriarte, B. & Wisniewski, W. Z. 1966, *UBVRIJKL photometry of the bright stars*, Comm. Lunar Plan. Lab., 4, 99
- [19] Karttunen, H., Kröger, P., Oja, H., Poutanen, M., & Donner, K., J. 1987, *Fundamental Astronomy*, Berlin Heidelberg New York, Springer-Verlag
- [20] Kudritzki, R.P., Bresolin, F. & Przybilla, N. 2003, *A New Extragalactic Distance Determination Method Using the Flux-weighted Gravity of Late B and Early A Supergiants*, ApJ, 582, L83
- [21] Kurucz, R.L., & Bell, B. 1995, Kurucz CD-ROM No. 23 (Cambridge, Mass.: Smithsonian Astrophysical Observatory)
- [22] Martin, G.A., Fuhr, J.R., & Wiese, W.L. 1988, J. Phys. & Chem. Ref. Data, Vol. 17, Suppl. 3
- [23] Meynet, G. & Maeder, A. 2003, *Stellar evolution with rotation. X. Wolf-Rayet star populations at solar metallicity*, A&A, 404, 975
- [24] Mihalas, D. 1970, *Stellar Atmospheres*, San Francisco, W. H. Freeman and Company
- [25] Przybilla, N., Butler, K., Becker, S.R. & Kudritzki R.P. 2006, *Quantitative spectroscopy of BA-type supergiants*, A&A, 445, 1099
- [26] Puls, J., Urbaneja, M.A., Venero, R. et al. 2005, *Atmospheric NLTE-models for the spectroscopic analysis of blue stars with winds*, A&A 435, 669
- [27] Saraph, H.E., & Storey, P.S., to be published
- [28] Sigut, T.A.A. 1999, ApJ, 519, 303
- [29] Skrutskie, M. F., Cutri, R. M., Stiening, R., Weinberg, M. D., et al. 2006, *The Two Micron All Sky Survey (2MASS)*, AJ, 131, 1163
- [30] Slawik, E. & Reichert, U. 1998, *Atlas der Sternbilder*, Heidelberg, Spektrum Akademischer Verlag.
- [31] Takeda, Y. 1994, *Spectroscopic Determinations of Stellar Parameters and Photospheric Helium Abundances for Alpha Cygni and Beta Orionis*, PASJ, 46, 181
- [32] Takeda, Y., Takada-Hidai, M., & Kotake, J. 1996, *Deneb's Light-Element Abundances Revisited*, PASJ, 48, 753
- [33] Wiese, W.L., Smith, M.W., & Glennon, B.M., 1966, Nat. Stand. Ref. Data Ser., Nat. Bur. Stand. (U.S.), NSRDS-NBS 4, Vol. I
- [34] Wiese, W.L., Smith, M.W., & Miles, B.M., 1969, Nat. Stand. Ref. Data Ser., Nat. Bur. Stand. (U.S.), NSRDS-NBS 22, Vol. II

## LITERATUR

---

- [35] Wiese, W.L., Fuhr, J.R., & Deters, T.M. 1996, J. Phys. & Chem. Ref. Data, Mon. 7



**Erklärung:**

Hiermit erkläre ich, dass ich die Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

---

(Ort und Datum)

---

(Unterschrift)